

XÂY DỰNG BỘ ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT PHI TUYẾN CÂN BẰNG HỆ THỐNG BÓNG VÀ THANH

BỒC MINH HÙNG*

Khoa Công Nghệ Kỹ Thuật Điện, Trường Đại Học Công Nghiệp Thành Phố Hồ Chí Minh

*Tác giả liên hệ: bocminhhung@iuh.edu.vn

DOIs: <https://www.doi.org/10.46242/jstiuh.v79i1.5809>

Tóm tắt. Trong những năm gần đây, nhiều đối tượng quan tâm đến việc thiết kế bộ điều khiển cho các hệ thống mô hình phi tuyến để thử nghiệm các thuật toán điều khiển khác nhau. Nhiều mô hình hệ thống phi tuyến sử dụng trong giáo dục có tính cân bằng không ổn định. Hệ thống hoàn chỉnh trong bài báo này bao gồm một quả bóng, một thanh trượt, một động cơ và một số cảm biến. Mô-men xoắn được tạo ra bởi động cơ để điều khiển vị trí của hệ bóng và thanh, trong đó quả bóng lăn tự do trên thanh. Một luật điều khiển được phát triển và độ ổn định tiệm cận dựa trên bề mặt trượt. Mục đích là thiết kế một bộ điều khiển cho vị trí bóng với năng lượng tối ưu và độ vọt lố tối thiểu. Để minh họa hiệu quả của bộ điều khiển trượt phi tuyến, các kết quả mô phỏng tại các điểm làm việc khác nhau được trình bày và so sánh với các bộ điều khiển khác. Cuối cùng, các thuật toán điều khiển được so sánh với nhau để tìm ra giải pháp tốt nhất.

Từ khóa. Bóng và thanh, điều khiển trượt, điều khiển phi tuyến, điều khiển bám quỹ đạo, lý thuyết điều khiển.

1 GIỚI THIỆU

Hệ thống bóng và thanh là một trong những hệ thống được sử dụng rộng rãi trong giáo dục và nghiên cứu. Tính phi tuyến và bất ổn định của hệ thống này đã mở ra cánh cửa cho việc nghiên cứu các hệ thống điều khiển khác. Dạng đầu tiên của hệ thống bóng và thanh thường được gọi là bộ cân bằng bóng và thanh trượt. Trong đó thanh trượt ngang được đỡ đơn giản ở trục giữa hình tam giác và quay xung quanh trục của nó. Ưu điểm của mô hình này là đơn giản trong việc mô hình hóa hệ thống và đưa ra hệ phương trình toán học. Dạng cấu hình thứ hai được xây dựng với thanh trượt được đỡ ở cả hai bên bằng hai cánh tay đòn thẳng đứng. Một cánh tay đòn sẽ cung cấp điểm tựa để quay, cánh tay đòn còn lại được ghép với bánh răng đầu ra của động cơ. Nhược điểm của mô hình này là phần cơ khí quá phức tạp, cho nên sẽ gây ra nhiều điều khó khăn trong việc hình thành mô hình toán học. Yêu cầu của hệ thống bóng và thanh là phải cố định vị trí quả bóng tại điểm mong muốn trên thanh trượt.

Ký hiệu và chú thích

H_2	Lý thuyết điều khiển tối ưu
I_m	Dòng điện phân ứng, A
R_m	Điện trở phân ứng, Ω
K_b	Hằng số điện động ngược, V/rad/s
L_m	Độ tự cảm phân ứng, H
B_m	Hệ số ma sát nhớt
J_m	Moment quán tính hiệu dụng, kg. m ²
τ_m	Moment tác động lên thanh dầm, N
J_Δ	Chỉ tiêu chất lượng
K_m	Hằng số moment xoắn, Nm/A
m	Khối lượng quả bóng, Kg
M	Khối lượng của thanh dầm, Kg
r	Vị trí quả bóng, m
g	Gia tốc trọng trường, m/s ²
L	Chiều dài thanh dầm, m
d	Độ lệch cánh tay đòn, m

Ký tự Hy Lạp

α	Góc quay của thanh dầm, rad/s
θ	Góc quay của bánh răng servo, rad/s

Các từ viết tắt

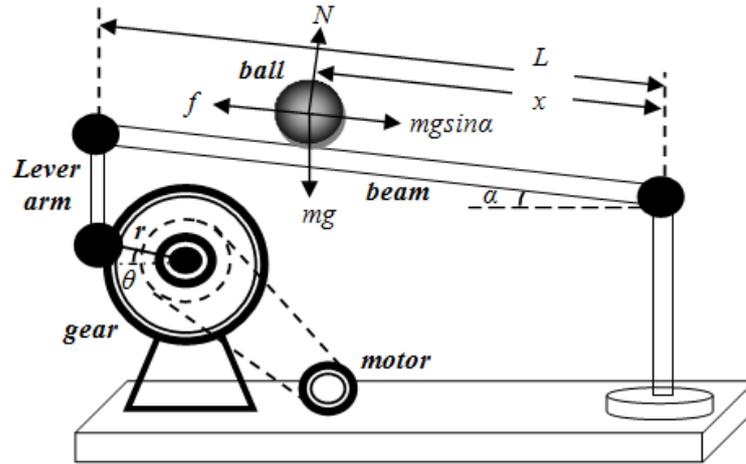
LQR	Bộ điều khiển tuyến tính hóa dạng toàn phương
DSP	Xử lý tín hiệu số
DC	Dòng điện một chiều
PID	Bộ điều khiển PID
LQG	Bộ điều khiển Gauss tuyến tính bậc hai

Nhiều nghiên cứu đã được thực hiện về hệ bóng và thanh. Hauser et.al. [1] đã xem xét vấn đề điều khiển phi tuyến bóng và thanh. Họ đã phân tích và chỉ ra rằng bậc tương đối của hệ thống bóng và thanh không được xác định rõ ràng. Do đó hệ thống không thể tuyến tính hóa đầu vào và đầu ra. Để giải quyết vấn đề khó khăn này, một mô hình phi tuyến đơn giản đã được sử dụng để xấp xỉ mô hình hệ thống phức tạp ban đầu. Sử dụng mô hình đơn giản của hệ thống này, nhiều nhà nghiên cứu đã đề xuất các loại bộ điều khiển khác nhau. Hirsch [2] đã chế tạo ra hệ thống cân bằng quả bóng trên thanh dầm được thực hiện bằng cảm biến siêu âm để đo vị trí của quả bóng. Góc của thanh dầm được tạo ra bởi dây biến trở. Động cơ với hộp số được điều khiển bằng mạch op-amp công suất cao. Rosales [3] đã chế tạo hệ thống bóng và thanh bằng acrylic. Lieberman [4] đã xây dựng một hệ thống với cấu hình thứ nhất mang tên hệ thống robot cân bằng bóng và thanh. Hệ thống này tương tự với hệ thống của Hirsch [2]. Sự khác biệt giữa hai hệ thống là Lieberman [4] sử dụng cảm biến dây điện trở, trong khi Hirsch [2] sử dụng cảm biến vị trí siêu âm. Quanser [5] giới thiệu sản phẩm thương mại mang tên mô hình bóng và thanh với cấu hình số hai. Mô hình này bao gồm cảm biến vị trí được làm bằng dây điện trở và động cơ servo DC có hộp số giảm tốc. Nhìn chung, hệ thống bóng và thanh thường được điều khiển bởi một số bộ điều khiển thông thường như bộ điều khiển PID hoặc bộ điều khiển không gian trạng thái, điều khiển tối ưu LQR. Bộ điều khiển trượt xấp xỉ đã được đề xuất trong [6]. Việc xấp xỉ dựa trên việc thay đổi mẫu số của luật điều khiển để tránh điểm kỳ dị. Sự thay đổi trong điều khiển này dẫn đến một bề mặt trượt bị giới hạn và hiệu suất giảm sút. Ngoài ra Hirsch [7, 8] đã đề xuất bộ điều khiển trượt gia tăng cho hệ thống bóng và thanh. Các thuật toán điều khiển thông minh như mạng nơ-ron điều khiển logic mờ đều đã được sử dụng cho hệ bóng thanh. Ví dụ ứng dụng thuật toán mạng nơ-ron và logic mờ vào điều khiển thời gian thực hệ bóng và thanh được tìm thấy trong [9-14]. Trong bài báo này, tác giả đề cập đến bộ điều khiển bền vững dựa trên bộ điều khiển trượt để định vị trí quả bóng trên thanh dầm. Thông qua việc so sánh các giải thuật điều khiển với nhau để suy ra giải thuật nào là tốt nhất. Sau đó áp dụng vào hệ thống thực nhằm kiểm nghiệm kết quả thực tế. Cấu trúc bài báo được chia làm các phần như sau. Mô hình động học của hệ bóng và thanh được trình bày ở chương 2. Trong chương 3, lý thuyết và phương pháp thiết kế bộ điều khiển trên được trình bày một cách đầy đủ và ngắn gọn. Kết quả mô phỏng và đánh giá sẽ được trình bày ở chương 4 nhằm so sánh và đánh giá hiệu quả hoạt động của bộ điều khiển. Cuối cùng phần kết luận về đáp ứng của bộ điều khiển cũng như các kiến nghị phát triển và củng cố hệ thống trong tương lai sẽ được trình bày ở chương 5.

2 MÔ HÌNH HÓA HỆ BÓNG VÀ THANH

Được mô tả như hình bên dưới, quả bóng được đặt trên một thanh nằm ngang và lăn tự do dọc theo chiều dài thanh. Cánh tay di động được gắn với thanh trượt ở một đầu và đầu còn lại gắn với đĩa quay. Góc quay của đĩa có thể thay đổi được một lượng là θ , và cánh tay di động hợp với thanh một góc α .

XÂY DỰNG BỘ ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT PHI TUYẾN CÂN BẰNG HỆ THỐNG BÓNG VÀ THANH



Hình 1: Mô hình hệ thống bóng và thanh hoàn chỉnh

Mô hình toán học của hệ thống trên bao gồm động lực học của động cơ DC servo, mối quan hệ giữa động học và động lực học của quả bóng với thanh trượt. Dựa vào định luật điện áp Kirchoff, phương trình toán học của động cơ DC được biểu diễn như sau:

$$V_{in} = I_m R_m + K_b \dot{\theta} + L_m \frac{di}{dt} \quad (1)$$

Trong đó V_{in} là điện áp ngõ vào, I_m là dòng điện phần ứng, R_m và L_m là điện trở và độ tự cảm phần ứng, K_b là hằng số điện động ngược trong mạch động cơ DC, và $\dot{\theta}$ là vận tốc góc, chiều dài thanh trượt L , khối lượng quả bóng m . Vì độ tự cảm của phần ứng tương đối nhỏ nên phương trình động cơ DC (1) có thể được đơn giản hóa như sau:

$$V_{in} = I_m R_m + K_b \dot{\theta} \quad (2)$$

Khi đó momen xoắn tác dụng lên dầm được mô tả bởi:

$$\tau_m = \frac{1}{K_g} (J_m \ddot{\theta} + B_m \dot{\theta}) = K_m I_m \quad (3)$$

Trong đó B_m là hệ số ma sát nhớt, τ_m là momen xoắn của động cơ, K_g là tỷ số truyền, J_m là momen quán tính hiệu dụng và K_m là hằng số momen xoắn của động cơ. Kết quả là mô hình động cơ DC được tính toán như sau:

$$V_{in} = \frac{R_m J_m}{K_m K_g} \ddot{\theta} + \left(K_b + \frac{R_m B_m}{K_m K_g} \right) \dot{\theta} \quad (4)$$

Xét hệ bóng và thanh có tọa độ ở hình 1 trong trường hợp không có ma sát hoặc các nhiễu loạn khác. Động năng của hệ thống là $T = T_1 + T_2$. Trong đó T_1 là động lực học của thanh, T_2 là động lực học của quả bóng. Phương trình động năng quay đơn giản của thanh là:

$$T_1 = \frac{1}{2} J_1 \dot{\alpha} \quad (5)$$

Trong đó, J_1 là momen quán tính của thanh trượt và $\dot{\alpha}$ là vận tốc góc. Do đó, phương trình động năng của quả bóng là:

$$T_2 = \frac{1}{2}(mr^2)\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}J_2\omega_2^2 \quad (6)$$

Trong đó, J_2 là moment quán tính của quả bóng, \dot{r} và ω_2 là vận tốc hướng tâm và vận tốc quay của quả bóng. Bởi vì $J_2 = \frac{2}{5}mr^2$, $\dot{r} = R\omega$, nên phương trình thế năng của hệ thống:

$$T = \frac{1}{2}\left[(J_1 + mr^2)\dot{\alpha}^2 + \frac{7}{5}m\dot{r}^2\right] \quad (7)$$

Trong khi động năng của hệ thống được thể hiện khi quả bóng lăn:

$$P = mgr \sin \alpha + Mg \frac{L}{2} \sin \alpha \quad (8)$$

Với phương trình động năng và thế năng của hệ thống như trên. Phương trình động lực học hoàn chỉnh của hệ thống bóng và thanh có thể thu được bằng phương pháp Larrange như sau:

$$H = T - P = \frac{1}{2}\left[(J_1 + mr^2)\dot{\alpha}^2 + \frac{7}{5}m\dot{r}^2\right] - (mgr + \frac{L}{2}Mg) \sin \alpha \quad (9)$$

Trong đó Larrange H của hàm toán học là tóm tắt động lực học của hệ thống. Vì không có ngoại lực tác dụng lên quả bóng theo hướng xuyên tâm nên các phương trình chuyển động Larrange được trình bày ở phương trình (10) bên dưới:

$$\begin{cases} (J_1 + mr^2)\ddot{\alpha} + 2mr\dot{r}\dot{\alpha} + (mgr + \frac{L}{2}Mg) \cos \alpha = \tau \\ \frac{7}{5}\ddot{r} - r\dot{\alpha}^2 + g \sin \alpha = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Bằng cách giả sử rằng góc của thanh trượt rất nhỏ nếu không có ma sát, nó sẽ dẫn đến $g \sin \alpha = g\alpha$.

Phương trình (10) trở thành:

$$\begin{cases} (mr^2 + K_1)\ddot{\alpha} + (2mr\dot{r} + K_2)\dot{\alpha} + (mgr + \frac{L}{2}Mg) \cos \alpha = \tau \\ K_4\ddot{r} - r\dot{\alpha}^2 + g\alpha = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Trong đó:

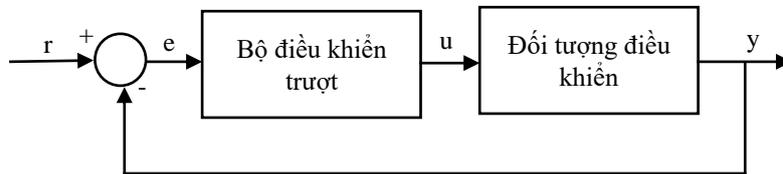
$$\left\{ K_1 = \frac{R_m J_m L}{K_m K_g d} + J_1; K_2 = \frac{L}{d} \left(\frac{K_m K_b}{R_m} + K_b + \frac{R_m B_m}{K_m K_g} \right); K_4 = \frac{7}{5}; \tau = K_3 V_{in} \right. \quad (12)$$

Mô hình có thể được mô tả bằng dạng phương trình trạng thái sử dụng kí hiệu sau: x_1 kí hiệu cho vị trí quả bóng dọc theo thanh trượt với $x_1 = r(m)$; x_2 kí hiệu cho vận tốc quả bóng với $x_2 = \dot{r}(\frac{m}{s})$; x_3 kí hiệu cho góc quay thanh trượt với $x_3 = \alpha(rad)$, và $x_4 = \dot{\alpha}(\frac{rad}{s})$ cho vận tốc góc thanh trượt. Do đó, các phương trình trạng thái hoàn chỉnh được đưa ra bởi phương trình (13) bên dưới:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{g}{K_4} x_3 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{mx_1^2 + K_1} \left[K_3 V_{in} - (2mx_1 x_2 + K_2) x_4 - (mgx_1 + \frac{L}{2} Mg) \cos x_3 \right] \end{cases} \quad (13)$$

3 THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN

3.1 Lý thuyết điều khiển trượt



Hình 2: Hệ thống điều khiển trượt

Xét hệ thống phi tuyến biểu diễn bởi phương trình vi phân sau:

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(X) + g(X)u \\ y = x \end{cases} \quad (14)$$

Trong đó: $X = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{(n-1)}]^T$ là vector trạng thái. u là tín hiệu điều khiển. y là tín hiệu ra. n bậc của hệ thống. Các hàm $f = f(X)$, $g = g(X)$ là các hàm phi tuyến không biết trước, nhưng biết trước các chặn trên và dưới của chúng.

$$f_{\min} \leq f \leq f_{\max}, \quad 0 < g_{\min} \leq g \leq g_{\max}$$

Gọi r là tín hiệu đặt. Giả thiết r có đạo hàm theo t đến cấp n . Với

$$X_d = \begin{bmatrix} x_d \\ x_d^{(1)} \\ \dots \\ x_d^{(n-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ r^{(1)} \\ \dots \\ r^{(n-1)} \end{bmatrix}; \quad E = X - X_d = \begin{bmatrix} x - x_d \\ \dot{x} - \dot{x}_d \\ \dots \\ x^{(n-1)} - x_d^{(n-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ e^{(1)} \\ \dots \\ e^{(n-1)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Trong đó e là tín hiệu sai lệch, mục tiêu điều khiển là xác định luật điều khiển sao cho sai lệch tiến tới không khi $t \rightarrow \infty$. Hàm trượt được xác định bởi phương trình:

$$S = e^{(n-1)} + a_{n-2}e^{(n-2)} + \dots + a_1e^{(1)} + a_0e \quad (16)$$

Các hệ số a_0, a_1, \dots, a_{n-2} phải được chọn sao cho phương trình đặc trưng của phương trình vi phân có tất cả các nghiệm với phần thực âm (thỏa tiêu chuẩn ổn định Hurwitz).

$$p^{(n-1)} + a_{n-2}p^{(n-2)} + \dots + a_1p + a_0 = 0 \quad (17)$$

Trong không gian trạng thái n chiều, phương trình $S = 0$ xác định một mặt cong được gọi là mặt trượt (Sliding surface). Luật điều khiển u được xác định sao cho $S \rightarrow 0$ trong khoảng thời gian hữu hạn. Trên mặt trượt $S = 0$, vì tất cả các nghiệm của phương trình vi phân đều có phần thực âm nên $E \rightarrow 0$ khi

$t \rightarrow \infty$. Các quỹ đạo pha của hệ thống được đưa về mặt trượt. Bên trên mặt trượt, quỹ đạo pha bám theo điểm X_d một cách tiệm cận. Để xác định luật điều khiển, đạo hàm (12) ta có:

$$\begin{aligned}\dot{S} &= e^{(n)} + a_{n-2}e^{(n-1)} + \dots + a_1e^{(2)} + a_0e^{(1)} \\ &= (x^{(n)} - x_d^{(n)}) + a_{n-2}(x^{(n-1)} - x_d^{(n-1)}) + \dots + a_1(x^{(2)} - x_d^{(2)}) + a_0(\dot{x} - \dot{x}_d) \\ &= f(X) + g(X).u - \dot{x}_d^{(n)} + a_{n-2}(x^{(n-1)} - x_d^{(n-1)}) + \dots + a_1(x^{(2)} - x_d^{(2)}) + a_0(\dot{x} - \dot{x}_d)\end{aligned}\quad (18)$$

Sử dụng phương pháp Lyapunov, chọn một hàm xác định dương V có dạng:

$$V = \frac{1}{2}S^2 \rightarrow \dot{V} = S\dot{S}\quad (19)$$

Để \dot{V} xác định âm cần chọn luật điều khiển u sao cho:

$$S > 0 \rightarrow \dot{S} < 0; S < 0 \rightarrow \dot{S} > 0; S = 0 \rightarrow \dot{S} = 0\quad (20)$$

Có thể chọn $\dot{S} = -k.sign(S)$. Với $k > 0 \wedge sign(S) = \begin{cases} 1, S > 0 \\ 0, S = 0 \\ -1, S < 0 \end{cases}$ (21)

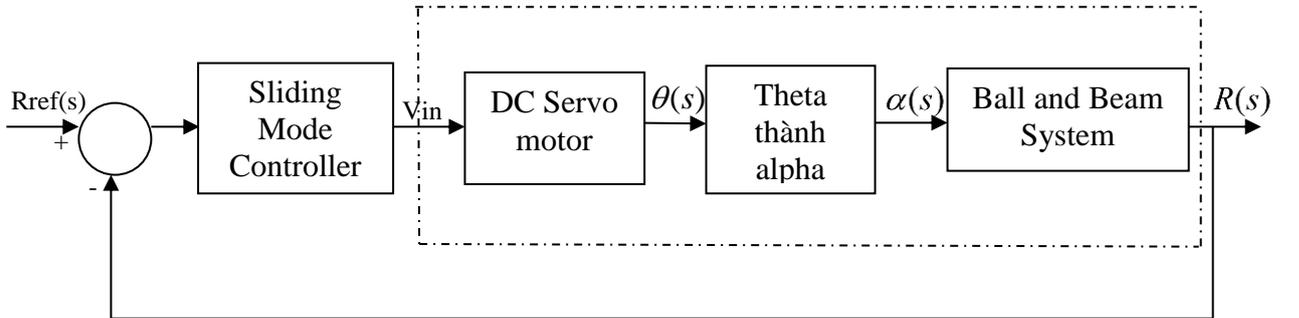
Thay (17) vào (14) ta được luật điều khiển:

$$u = \frac{1}{g(X)} \left[f(X) - \dot{x}_d^{(n)} + a_{n-2}(x^{(n-1)} - x_d^{(n-1)}) + \dots + a_1(x^{(2)} - x_d^{(2)}) + a_0(\dot{x} - \dot{x}_d) + k.sign(S) \right]\quad (22)$$

Với k là hằng số dương. Giá trị của k được chọn sao cho trong trường hợp xấu nhất quan hệ $S\dot{S} < 0$ khi $S \neq 0$ vẫn luôn thỏa mãn. Luật điều khiển u (18) đưa quỹ đạo pha của hệ thống về mặt trượt và duy trì một cách bền vững trên mặt trượt này.

3.2 Xây dựng bộ điều khiển

Bộ điều khiển trượt của hệ thống bóng và thanh được diễn tả như sơ đồ hình bên dưới:



Hình 3: Sơ đồ khối bộ điều khiển trượt hệ thống bóng và thanh

Từ hệ phương trình (9) ta đặt $y = x_1$ và lần lượt lấy đạo hàm. Ta thu được hệ phương trình như sau:

$$\begin{aligned}\dot{y} &= x_2; \dot{y} = \frac{g}{K_4} \sin x_3; \ddot{y} = \frac{g}{K_4} x_4 \cos x_3 \\ \ddot{y} &= \frac{g}{K_4(mx_1^2 + K_1)} \left[-K_3.Vin \cos x_3 + (2mx_1x_2 + K_2)x_4 \cos x_3 \right. \\ &\quad \left. + (mgx_1 + \frac{L}{2}Mg) \cos^2 x_3 + x_4^2(mx_1^2 + K_1) \sin x_3 \right] \\ &= f_s + h_s K_3 Vin(t)\end{aligned}\quad (23)$$

Trong đó, hàm số f_s và h_s được biểu diễn như bên dưới:

$$f_s = \frac{g}{K_4} \left\{ \frac{(2mx_1x_2 + K_2)x_4 + (mgx_1 + \frac{L}{2}Mg) \cos x_3}{(mx_1^2 + K_1)} \times \cos x_3 + z_4^2 \sin x_3 \right\} \quad (24)$$

$$h_s = -\frac{g}{K_4(mx_1^2 + K_1)} \cos x_3; \quad \frac{-\pi}{2} \leq h_s \leq \frac{\pi}{2}$$

Dựa vào phương trình không gian trạng thái ta sẽ tiến hành xây dựng bộ điều khiển trượt tĩnh, mục đích cuối cùng là vị trí quả banh (x_1) phải cân bằng ngay vị trí mong muốn (r_d). Định nghĩa tín hiệu sai lệch:

$$e = y - r_d = y - x_1 \quad (25)$$

Chọn mặt trượt như sau:

$$S = e^{(n-1)} + a_{n-2}e^{(n-2)} + \dots + a_1\dot{e} + a_0e \quad (26)$$

Vì đạo hàm bậc 4 đã xuất hiện u nên ta chọn mặt trượt là bậc 3 với các hệ số thỏa phương trình đặc trưng Hurwitz:

$$S = \ddot{e} + a_1\dot{e} + a_2e + a_3e \quad (27)$$

Thay phương trình (21) vào (23) ta được:

$$\begin{aligned} S &= \ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2y + a_3 * (y - rd) - (\ddot{r} + a_1\dot{r} + a_2r) \\ &= -\frac{g}{K_4} x_4 \cos x_3 - a_1 \frac{g}{K_4} \sin x_3 + a_2x_2 + a_3(x_1 - r_d) - (\ddot{r} + a_1\dot{r} + a_2r) \end{aligned} \quad (28)$$

Trong đó $a_1; a_2; a_3$; là các tham số thỏa mãn phương trình đặc trưng Hurwitz. Lấy đạo hàm (24) ta được:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \ddot{e} + a_1\dot{e} + a_2e + a_3e \\ &= (f_s + h_s K_3 Vin) - a_1 \frac{gx_4 \cos x_3}{K_4} - a_2 \frac{g \sin x_3}{K_4} + a_3x_2 - \ddot{r} - a_1\dot{r} - a_2r - a_3r \end{aligned} \quad (29)$$

Chọn u sao cho:

$$\dot{S} = -\alpha \text{sign}(S) \quad (30)$$

Trong đó α là một hằng số dương chọn trước. Luật điều khiển được xác định bởi:

$$u = \frac{1}{h_s} \left[-f_s + a_1 \frac{gx_4 \cos x_3}{K_4} + a_2 \frac{g \sin x_3}{K_4} - a_3x_2 - \alpha \text{sign}(S) + \ddot{r} + a_1\dot{r} + a_2r + a_3r \right] \quad (31)$$

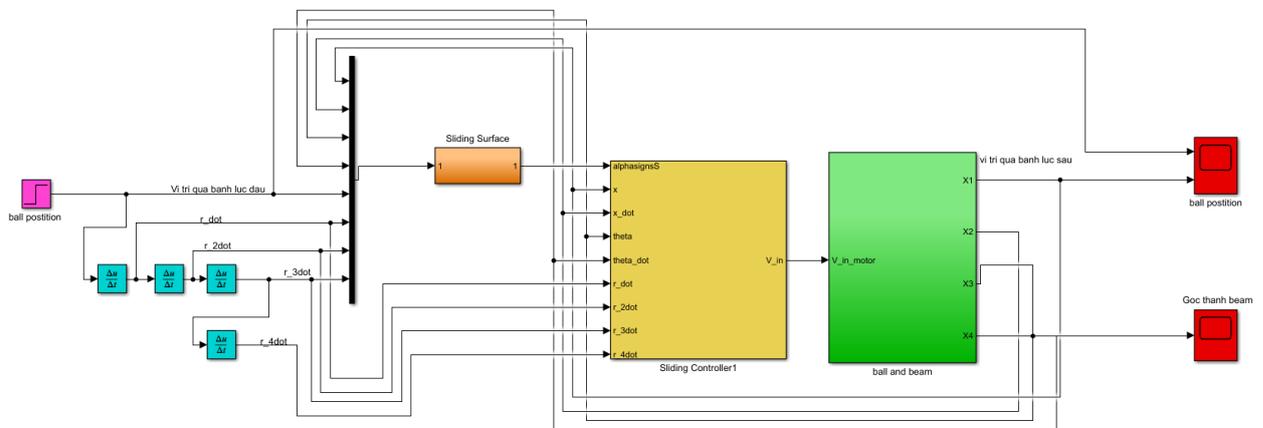
Với $u = K_3 Vin(t)$, với các hệ số điều khiển của mặt trượt là a_1, a_2, a_3 sao cho $a_1 < 0; a_2 > 0; a_3 > 0$ và $a_3 > a_1a_2$.

Nếu chọn α là hằng số dương thì ta thu được $S.\dot{S} < 0$, do vậy S dần tiến về 0 thỏa mãn yêu cầu của luật điều khiển.

4 KẾT QUẢ MÔ PHỎNG VÀ THẢO LUẬN

Để kiểm chứng hiệu suất điều khiển của bộ điều khiển chế độ trượt, thuật toán điều khiển đã được mô phỏng và kiểm chứng trên nền tảng mô phỏng Matlab. Nền tảng này có thể mô phỏng hệ thống bóng và

thanh rất thực tế bao gồm vị trí quả bóng, góc quay thanh trượt và đồng thời có thể thực hiện nhiều thí nghiệm khác nhau để kiểm chứng hiệu quả của các thuật toán điều khiển khác nhau.



SLIDING MODE CONTROL-BALL AND BEAM SYSTEM

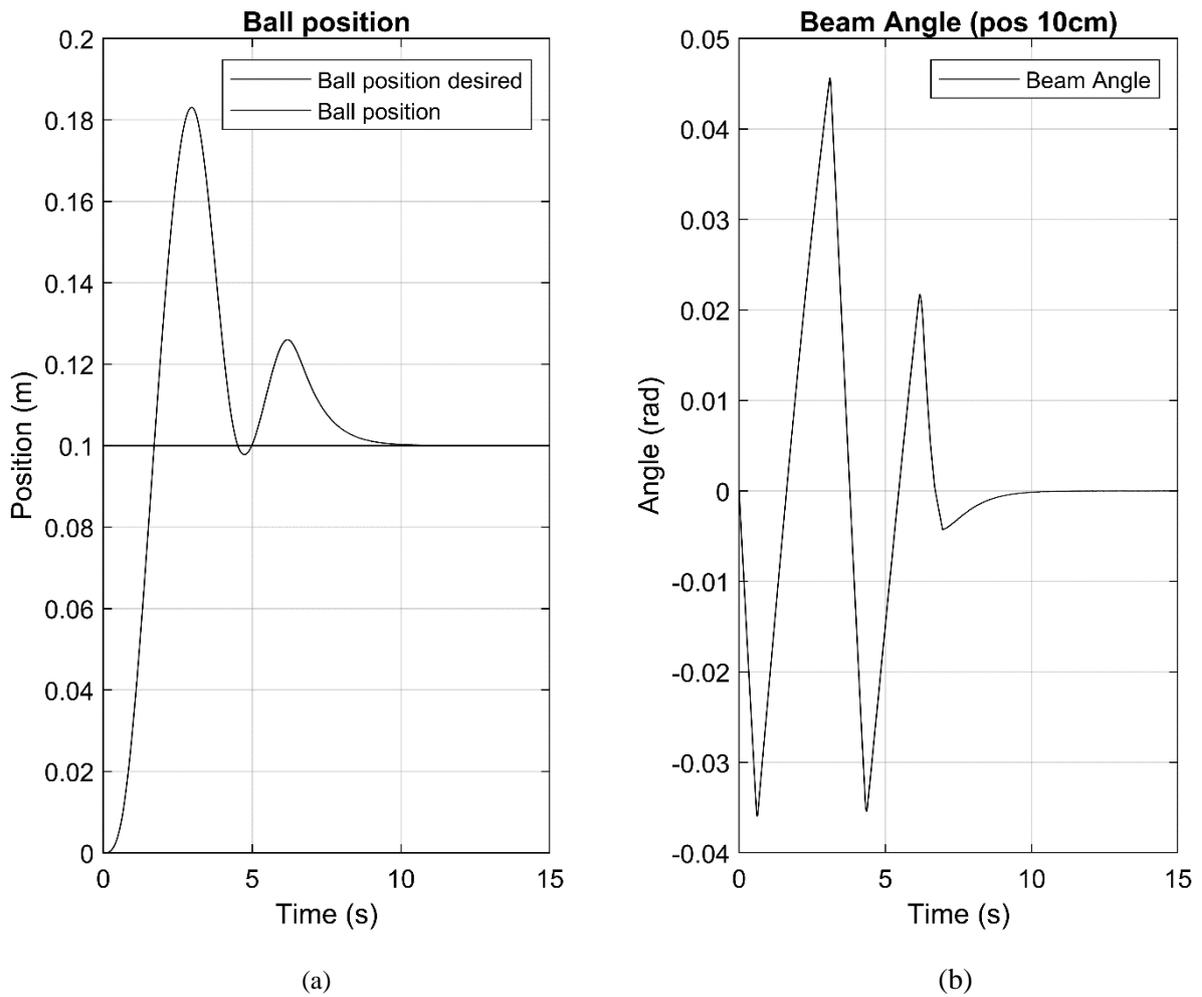
Hình 4: Sơ đồ mô phỏng bộ điều khiển trượt phi tuyến hệ thống bóng và thanh

Mô hình bộ điều khiển trượt có thể chia làm hai phần, cụ thể là phần tiếp cận bao gồm bề mặt trượt và các hàm số có liên quan. Phần điều khiển trượt bao gồm bộ điều khiển trượt và mô hình hệ thống bóng và thanh. Lý thuyết điều khiển trượt cung cấp phương pháp thiết kế bộ điều khiển sao cho hệ thống được điều khiển không bị tác động hay ảnh hưởng bởi các tham số thay đổi và nhiễu từ bên ngoài hệ thống. Hình 4 trình bày sơ đồ mô phỏng bộ điều khiển trượt của hệ thống bóng và thanh. Các tham số mô phỏng của hệ thống bóng và thanh được trình bày ở bảng 1 bên dưới.

Bảng 1: Tham số mô phỏng của hệ thống bóng và thanh.

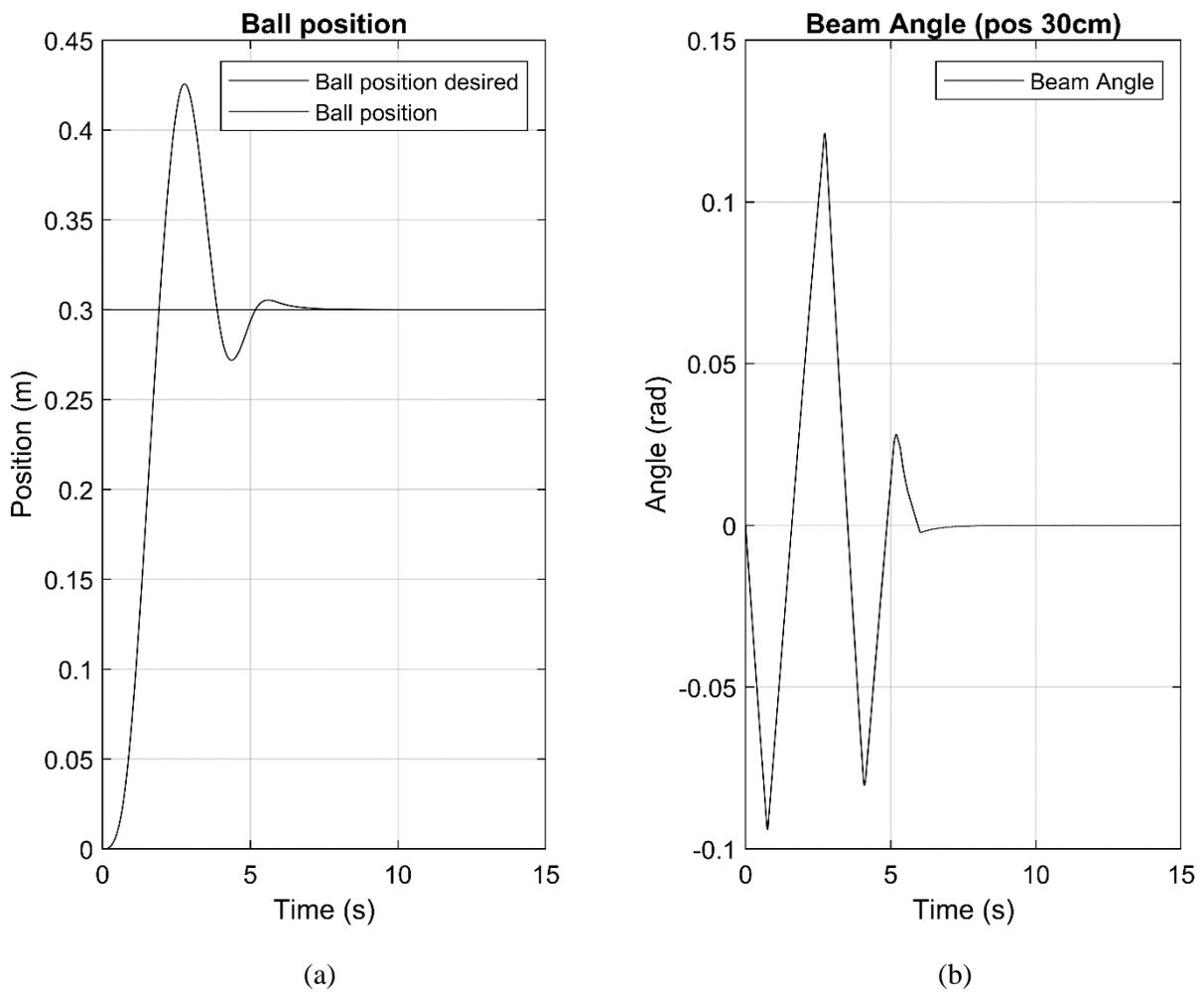
Tham số	Đơn vị	Giá trị
Khối lượng bóng	Kg	0.5
Moment quán tính hiệu dụng	$Kg.m^2$	0.7
Chiều dài thanh trượt	m	70
Gia tốc trọng trường	$\frac{m}{s^2}$	9.8

Các kết quả mô phỏng cho việc điều khiển trượt được trình bày tại hình 5, trong đó các tham số của mô hình được lựa chọn ở bảng 1. Hình 5a cho thấy các ngõ ra điều khiển bám theo sự thay đổi của các ngõ vào tham chiếu dạng bước tại trạng thái ổn định. Tuy nhiên bộ điều khiển cho đáp ứng ngõ ra với độ dịch chuyển của quả bóng và thời gian xác lập là tương đối cao khoảng 12s. Như mô tả trong hình thì quả bóng dao động xung quanh vị trí đặt là 10cm, vị trí dao động cao nhất là 18cm và trả ngược về vị trí 9.7cm sau đó lại tiếp dao động về vị trí 13cm và dừng tại vị trí đặt trước đó là 10cm. Thêm vào đó hình 5b thể hiện góc quay của thanh trượt tương ứng với vị trí quả bóng. Đầu tiên, thanh trượt được hạ xuống vị trí 0.037rad rồi được nâng lên vị trí 0.047rad. Sau đó, thanh trượt lại hạ xuống vị trí 0.036rad rồi nâng lên vị trí 0.022rad và hạ xuống vị trí 0.002rad cho đến khi dừng lại tại thời điểm 11s. Điều đó cho thấy mặc dù quả bóng nằm tại vị trí gần mép ngoài của thanh trượt, nhưng hệ thống vẫn có thể cân bằng quả banh trong thời gian ngắn nhất.



Hình 5: Vị trí viên bi và góc lệch thanh trượt đặt tại 10cm.

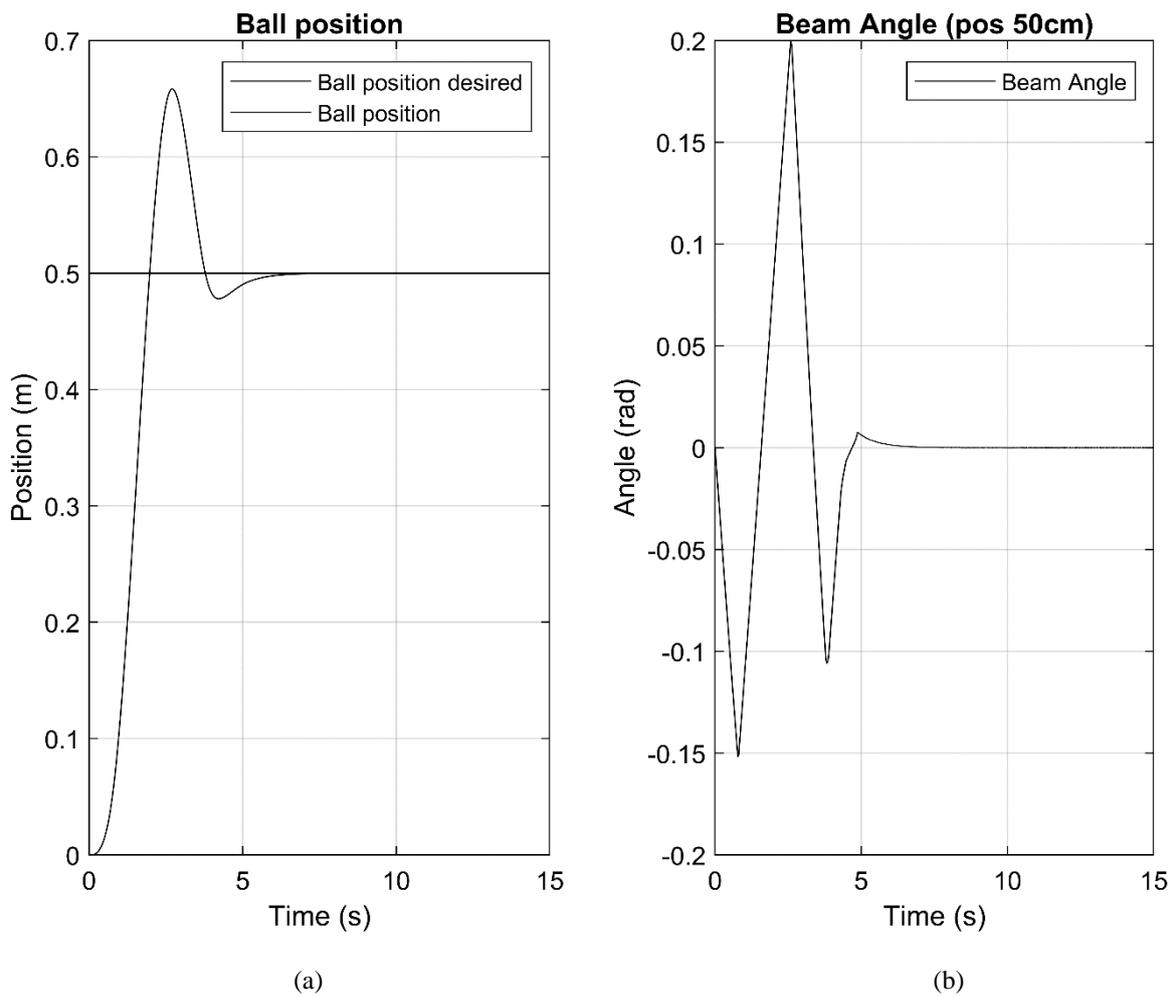
Hơn thế nữa, để minh chứng cho hệ thống điều khiển trượt hoạt động ổn định tại bất kỳ vị trí nào trên thanh trượt thì nhiều vị trí quả bóng khác nhau được giả định và mô phỏng. Hình 6a cho thấy vị trí quả banh bị dao động xung quanh vị trí đặt 30cm. Thoạt đầu quả bóng dịch chuyển xa hơn vị trí điểm đặt là 13cm tức là 43cm tính theo độ dài thanh trượt. Sau đó bóng trở về vị trí 27cm và dừng tại vị trí 30cm ở thời gian là 7s. Kèm theo đó là hình 6b thể hiện góc quay thanh trượt tương ứng dịch chuyển từ vị trí ban đầu là 0rad rồi hạ xuống cho đến 0.09rad. Sau đó thanh trượt được nâng lên vị trí 0.12rad rồi hạ xuống vị trí 0.07rad. Cuối cùng thanh trượt được nâng lên vị trí 0.03rad và dừng chuyển động tại mặt phẳng nằm ngang 0rad ở thời điểm 6s. Như vậy có thể kết luận rằng, tại vị trí gần giữa thanh trượt quả bóng đã được cân bằng trong thời gian ngắn nhất năng lượng là tối ưu nhất.



Hình 6: Vị trí viên bi và góc lệch thanh trượt đặt tại 30cm.

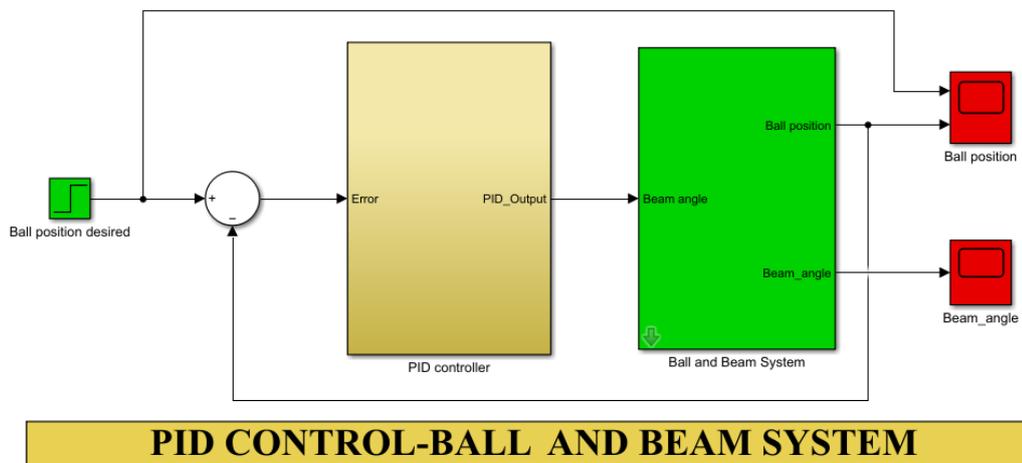
Hơn thế nữa, để củng cố sự vững chắc và linh hoạt của hệ thống, nó có thể hoạt động ổn định tại nhiều vị trí khác nhau trên thanh trượt. Quả bóng hay viên bi được mô phỏng chuyển động tự do trên thanh trượt từ đầu thanh cho đến cuối thanh và có thể dừng lại tại bất kỳ vị trí nào như mong muốn. Hình 7a mô tả sự chuyển động của viên bi khi vị trí đặt là 50cm gần với rìa ngoài bên phải của thanh trượt. Ban đầu, quả bóng chuyển động về phía phải của thanh trượt xa hơn vị trí điểm đặt là 67cm và lăn trở về phía bên trái của thanh trượt là 48cm. Sau đó dừng lại tại vị trí điểm đặt ở thời điểm là 7s. Song song đó, góc lệch thanh trượt tương ứng cũng được hiển thị qua hình 7b. Hình này mô tả góc quay của thanh trượt trong quá trình chuyển động của quả bóng cho đến khi đạt được vị trí mong muốn. Thoạt tiên, thanh trượt hạ xuống một góc nhỏ 0.15rad sau đó được nâng lên 0.2rad để đưa viên bi đạt tới vị trí 67cm. Kế đến, thanh trượt hạ xuống một góc là 0.11rad và xác lập tại vị trí cân bằng ở thời điểm 6s. Do đó, hệ thống đã nhanh chóng đạt được vị trí cân bằng trong thời gian nhanh nhất và tối ưu nhất.

XÂY DỰNG BỘ ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT PHI TUYẾN CÂN BẰNG HỆ THỐNG BÓNG VÀ THANH



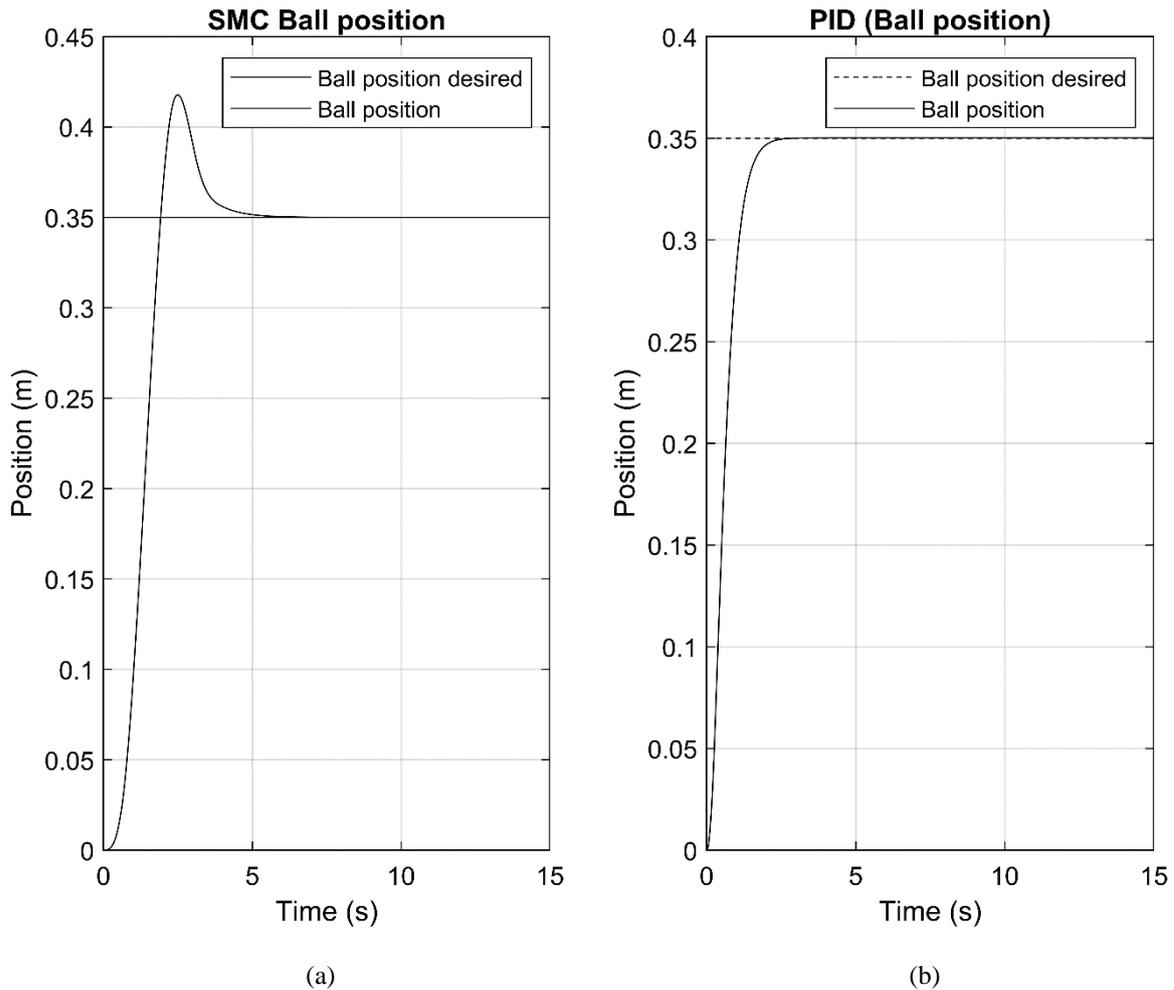
Hình 7: Vị trí viên bi và góc lệch thanh trượt đặt tại 50cm.

Điều khiển tỷ lệ - tích phân - đạo hàm (PID) là thuật toán điều khiển được sử dụng nhiều nhất trong các ngành công nghiệp. Bộ điều khiển phổ biến PID có hiệu suất điều khiển mạnh mẽ trong các điều kiện khác nhau và có cấu trúc đơn giản.



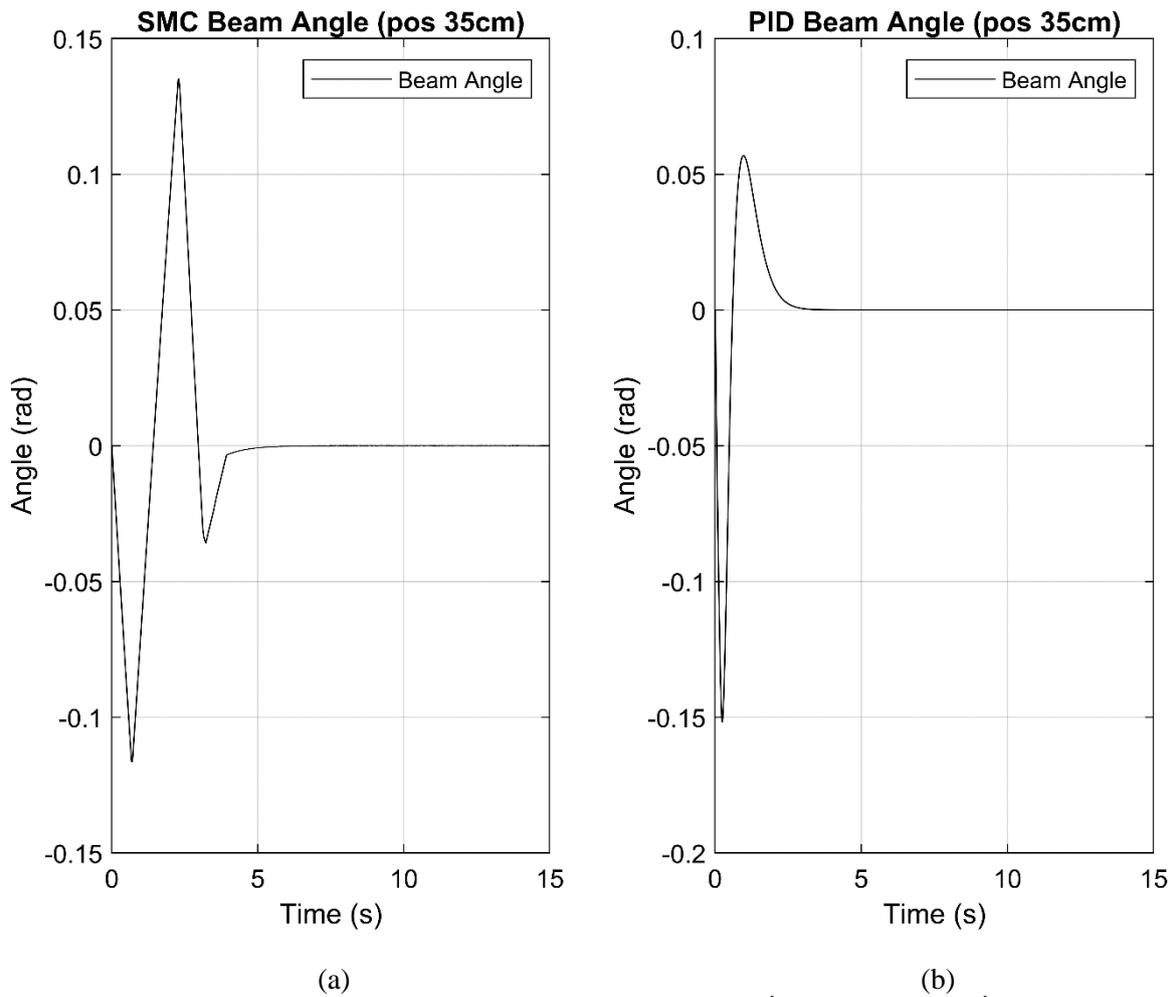
Hình 8: Sơ đồ khối mô phỏng bộ điều khiển tuyến tính PID của hệ bóng và thanh

Thuật toán PID bao gồm ba tham số cơ bản K_p tỷ lệ, K_i tích phân, K_d đạo hàm được thay đổi dựa trên kinh nghiệm để có được phản hồi tối ưu nhất. Bên dưới là sơ đồ khối mô phỏng bộ điều khiển tuyến tính PID của hệ bóng và thanh. Mô hình bộ điều khiển tuyến tính PID mô phỏng bên trên cho thấy nguyên tắc hoạt động của hệ thống. Nó cho thấy một bộ điều khiển liên tục tính toán một giá trị lỗi (Error) là sự khác biệt giữa điểm đặt mong muốn (Ball position desired) và tín hiệu đầu ra (Ball position). Trong đó biến quy trình đo được $PV = \text{Ball position} \times \text{Error} (\text{Ball position desired} - \text{Ball position})$ và đặt một phép hiệu chỉnh dựa trên các hàm tỷ lệ, tích phân, đạo hàm. Bộ điều khiển phải giảm thiểu lỗi theo thời gian bằng cách điều chỉnh biến điều khiển (PID Output) nhằm tác động lên góc quay của thanh trượt sao cho vị trí của quả bóng đạt tới điểm đặt mong muốn.



Hình 9: Đáp ứng ngõ ra vị trí quả bóng của hệ thống (SMC) và hệ thống (PID).

Nhằm minh chứng cho hiệu suất hoạt động của bộ điều khiển là tối ưu nhất khi hoạt động tại bất kỳ vị trí nào hoặc khi so sánh với các bộ điều khiển khác như bộ điều khiển tuyến tính PID chẳng hạn thì kết quả mô phỏng của bộ điều khiển trượt phi tuyến sẽ được sử dụng nhằm so sánh và đưa ra đáp ứng tốt nhất. Theo kết quả hình 9a, sự dịch chuyển của quả bóng được mô tả là dao động xung quanh vị trí điểm đặt mong muốn 35cm trước khi rơi vào trạng thái xác lập ổn định. Đây là kết quả mô phỏng của bộ điều khiển trượt phi tuyến được đưa ra để so sánh với sự dịch chuyển của quả bóng do bộ điều khiển tuyến tính PID tạo ra. Ban đầu, quả bóng chuyển động về phía phải của thanh trượt xa hơn vị trí điểm đặt là 42cm và dừng lại tại vị trí điểm đặt ở thời điểm là 7s. Song song đó, kết quả dịch chuyển của quả bóng do bộ điều khiển tuyến tính PID tạo ra cũng được hiển thị thông qua hình 9b. Lúc đầu, quả bóng dịch chuyển từ vị trí 0cm và dần tiến đến vị trí đặt mong muốn 35cm mà không có sự dao động nào xảy ra. Theo kết quả mô phỏng cho thấy đáp ứng ngõ ra về vị trí của bộ điều khiển PID so với đáp ứng ngõ ra của bộ điều khiển SMC là tốt hơn do không có bất kỳ sự dao động nào so với vị trí điểm đặt mong muốn.



Hình 10: Đáp ứng ngõ ra góc lệch thanh trượt của hệ thống (SMC) và hệ thống (PID).

Ngoài ra, đáp ứng ngõ ra góc lệch thanh trượt của hệ thống (SMC) và hệ thống (PID) tương ứng cũng được hiển thị qua hình 10. Hình này mô tả góc quay của thanh trượt của cả hai hệ thống trong quá trình chuyển động của quả bóng cho đến khi đạt được vị trí mong muốn. Đầu tiên, hình 10a trình diễn quá trình dịch chuyển của thanh trượt hạ xuống một góc nhỏ 0.12rad sau đó được nâng lên 0.13rad để đưa viên bi đạt tới vị trí 42cm. Kế đến, thanh trượt hạ xuống một góc là 0.03rad và xác lập tại vị trí cân bằng ở thời điểm 7s. Tiếp theo, hình 10b biểu diễn góc quay thanh trượt tương ứng của hệ thống điều khiển tuyến tính PID. Mới đầu, thanh trượt hạ xuống một góc tương tự là 0.15rad, sau đó được nâng lên một góc là 0.06rad và xác lập tại góc cân bằng của hệ thống.

Các yếu tố so sánh	Bộ điều khiển SMC	Bộ điều khiển PID
Độ vọt lố	10%	0%
Sai số xác lập	0	0
Thời gian đáp ứng	7s	4s
Thời gian lên	3s	2.5s

Nhìn chung kết quả mô phỏng cho thấy tín hiệu đầu ra bám theo đầu vào tham chiếu rất hiệu quả. Từ so sánh trên hình 10, có thể nói bộ điều khiển tuyến tính PID cho hiệu suất đầu ra tốt hơn bộ điều khiển phi tuyến SMC. Theo bảng 2 thì kết quả so sánh giữa hai bộ điều khiển SMC và PID về nhiều mặt được trình bày cụ thể nhằm xác định đâu là bộ điều khiển phù hợp trong việc điều khiển hệ thống phi tuyến này. Sự phản hồi nhanh rất quan trọng để hệ thống bám đuổi đầu vào thay đổi kịp thời nhằm cân bằng vị trí quả bóng trên thanh trượt. Vì lý do này, bộ điều khiển trượt SMC được đề cập trong bài báo này là sự lựa chọn phù hợp nhất.

5 KẾT LUẬN

Trong bài báo này, chúng ta đã tập trung xây dựng bộ điều khiển trượt phi tuyến cho mô hình bóng và thanh. Đầu tiên, động lực học hệ thống phi tuyến đã được phát triển theo dạng Larrange. Mô hình động bao gồm ba thành phần chính: mô hình động cơ servo, độ lợi chuyển đổi góc và động lực của quả bóng trên thanh trượt. Tiếp theo động lực của hệ thống đã được tuyến tính hóa và đạt được độ ổn định cục bộ tại điểm cân bằng. Theo kết quả mô phỏng cho thấy bộ điều khiển được thiết kế hoạt động tốt. Bộ điều khiển trượt phi tuyến mang lại hiệu quả điều khiển tối ưu cho các hệ thống có động lực học phức tạp, trong khi bộ điều khiển tuyến tính PID thì chưa đủ tốt để điều khiển hệ bóng và thanh hoặc khi hệ thống là các phương trình động học phi tuyến phức tạp. Ngoài ra tính bền vững của bộ điều khiển được thiết kế với các tham số và nhiễu ngõ vào tương ứng khác nhau để kiểm tra, đánh giá chất lượng hoạt động của hệ thống. Trong tương lai, chúng tôi sẽ xem xét thiết kế bộ điều khiển thích nghi và so sánh chất lượng hoạt động của nó với bộ điều khiển trượt đã được đề xuất.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] J. Hauser, S. Sastry, P. Kokotovic, Nonlinear Control via Approximate Input-Output Linearization: The Ball and Beam Example. *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 37, no. 3, pp. 392-398, 1992.
- [2] R. Hirsch, Mechatronic Instructional Systems Ball on Beam System, *Shandor Motion Systems*, 1999.
- [3] E. A. Rosales, A Ball-on-Beam Project Kit, *Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology*, 2004.
- [4] J. Lieberman, A Robotic Ball Balancing Beam. *MIT Media Lab Publications*, 2004.
- [5] Quanser, The Ball and Beam module, 2006. http://www.quanser.com/products/ball_beam.
- [6] S. K. Spurgeon, X.Y. Lu, Output tracking using dynamic sliding-mode techniques, vol. 7, no. 4, pp. 407-427, 1997.
- [7] R. Hirschorn, Output tracking through singularities. *SIAM J. Control Optim.* Vol. 40, no. 4, pp. 993-1010, 2001.
- [8] R. Hirschorn, Incremental sliding mode control of the ball and beam. *IEEE Trans. Autom. Control.* Vol. 47, no. 10, pp. 1696-1700, 2002.
- [9] Y. Jiang, C. McCorkell, R. Zmood, Application of neural networks for real time control of a ball-beam system. *In: Proc. IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, WA, Australia*, pp. 2397-2402, 1995.
- [10] Q. Wang, M. Mi, G. Ma, Controller for a ball-and-beam system. *In: Proc. International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, pp. 757-761, 2004.
- [11] P. Eaton, D. Prokhorov, D. Wunsch, Neurocontroller alternatives for “fuzzy” ball-and-beam systems with nonuniform nonlinear friction. *IEEE Trans. Neural Netw.* Vol. 11, no. 2, pp. 423-435, 2000.
- [12] L. C. Hung, H. Y. Chung, Decoupled control using neural network-based sliding-mode controller for nonlinear systems. *Expert Syst. Appl.* Vol. 32, no. 4, pp. 1168-1182, 2007.
- [13] J. Glower, J. Munighan, Designing fuzzy controllers from a variable structures standpoint. *Fuzzy Syst.* Vol. 5, no. 1, pp. 138-144, 1997.
- [14] J. C. Lo, Y. H. Kuo, Decoupled fuzzy sliding-mode control. Vol. 6, no. 3, pp. 426-435, 1998.
- [15] N.T.P. Ha, Lý thuyết điều khiển hiện đại. *NXB Đại Học Quốc Gia TP.HCM*, 2009.
- [16] N. M. Tam, D. M. Tien, V. D. Dat, H. T. Nguyen, N. M. Hoang, N. V. D. Hai, N. T. Oanh, Method of Sliding mode control for ball-beam systems. *Journal of technical education science.* Vol. 11, no. 4, pp. 37-42, 2016.
- [17] N. B. Almutairi, M. Zribi, On the sliding mode control of Ball on a Beam system. *An International Journal of Nonlinear Dynamics and Chaos in Engineering Systems.* Vol. 59, pp. 221-238, 2010.

XÂY DỰNG BỘ ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT PHI TUYẾN CÂN BẰNG HỆ THỐNG BÓNG VÀ THANH

- [18] A. A. Ezzabi, K. C. Cheok, F. A. Alazabi, A Nonlinear Backstepping Control Design for Ball and Beam System. *IEEE 56th International Midwest Symposium on Circuit and Systems (MWSCAS)*, pp. 1313- 1321, 2013.
- [19] P. Ji, C. Li, F. Ma, Sliding Mode Control of Manipulator Based on Improved Reaching Law and Sliding Surface. *Mathematics*, Vol. 10, pp. 1-21, 2022.
- [20] K. Bendaoud, J. Laassiri, S. d. Krit, L. E. maimouni, *Design and Simulation DC-DC Power Converters Buck and Boost for Mobile Applications using Matlab/Simulink*. International Conference on Engineering & MIS (ICEMIS), pp. 22-24, 2016.

BUILDING SLIDING MODE CONTROLLER FOR BALANCING NONLINEAR BALL AND BEAM SYSTEM

BOC MINH HUNG

¹*Faculty of Electrical Engineering Technology, Industrial University of Ho Chi Minh City*

bocminhhung@iuh.edu.vn

Abstract. In recent years, many subjects have been interested in designing controllers for nonlinear model systems for testing various control algorithms. Many education nonlinear system models are unstable. The complete system in this paper includes a ball, a beam, a motor, and several sensors. The torque is generated by the motor to control the position of the ball and beam system, where the ball rolls freely on the beam. A control law is developed, and asymptotic stability based on sliding surface. The purpose is to design a controller for the ball position with the optimal energy and minimum overshoot. To illustrate the efficiency of the proposed controller, the simulation results at different working points are demonstrated and compared with other controllers. Finally, the control algorithms are compared together to recognize the best solution.

Keywords: Ball and Beam, sliding mode control, nonlinear control, trajectory tracking control, control theory.

Ngày nhận bài: 05/5/2025
Ngày nhận đăng: 03/7/2025