

NGHIÊN CỨU ANTIBUNCHING BẬC CAO CỦA PHOTON TẦN SỐ TỔNG TRONG HỆ TƯƠNG TÁC PHOTON VÀ NGUYÊN TỬ

ĐẶNG HỮU ĐỊNH^{*1}, NGUYỄN THỊ HOÀI OANH²

¹Khoa Công nghệ Điện tử, Trường Đại học Công nghiệp Thành phố Hồ Chí Minh

²Khoa Vật lý, Trường Đại học Sư phạm Huế

* Tác giả liên hệ: danghuudinh@iuh.edu.vn

DOIs: <https://www.doi.org/10.46242/jstiuh.v76i4.5540>

Tóm tắt. Bài báo này nghiên cứu tính chất antibunching của photon tần số tổng tạo bởi hệ tương tác nguyên tử với N photon ở trạng thái kết hợp, kết hợp phi tuyến chắn-lẻ và nén kết hợp. Trên cơ sở các tiêu chuẩn để tồn tại tính chất antibunching bậc cao, chúng tôi đưa ra biểu thức giải tích cho tính antibunching bậc cao tổng quát của hệ N photon tần số tổng ở ngõ vào. Kết quả nghiên cứu cho thấy rằng khi các mode ở ngõ vào đều ở trạng thái kết hợp thì hoàn toàn không tồn tại tính chất antibunching. Trường hợp các mode ngõ vào ở trạng thái đơn mode kết hợp thì sẽ không có tính chất antibunching, nhưng chỉ cần có mặt ít nhất một photon ở trạng thái phi cổ điển thêm vào thì tính chất antibunching thể hiện rõ nét khi chúng ta chọn giá trị của biên độ, góc pha và độ nén phù hợp. Khảo sát tính chất antibunching theo trạng thái kết hợp phi tuyến chắn hoặc trạng thái kết hợp phi tuyến lẻ có kết quả tương đương nhau.

Từ khóa. Antibunching; Trạng thái nén kết hợp; Trạng thái kết hợp phi tuyến chắn-lẻ.

1 GIỚI THIỆU

Sự ra đời của thuyết lượng tử vào cuối thế kỷ XIX đã tạo nên bước ngoặt trong tư duy vật lý của nhân loại. Nó giúp chúng ta giải thích được nhiều hiện tượng mà thuyết cổ điển không thể giải thích được. Hiện nay, thuyết lượng tử đã được ứng dụng rộng rãi trong khoa học và công nghệ, đặc biệt là trong lĩnh vực truyền thông quang học.

Trong vài thập kỷ trở lại đây, khoa học đã và đang tiến gần đến giới hạn lượng tử chuẩn hay giới hạn gây nhiễu. Đối với các bó sóng, việc gây nhiễu hay còn gọi là các thăng giáng không cần thiết và phải được loại bỏ. Bởi vì các thăng giáng này làm cho tín hiệu truyền đi bị nhiễu, làm giảm độ chính xác của phép đo quang học và hạn chế chất lượng truyền tin. Do đó, người ta đã tìm cách tạo ra các trạng thái vật lý mà ở đó các thăng giáng được hạn chế tới mức tối đa và sau đó là ứng dụng vào thực nghiệm để chế tạo các dụng cụ quang học đảm bảo tính lọc lựa và độ chính xác cao. Và từ đây một số khái niệm trong quang học lượng tử được ra đời như: trạng thái kết hợp, trạng thái nén, các thăng giáng lượng tử, giới hạn lượng tử chuẩn, v.v...

Các trạng thái phi cổ điển tiếp theo là các trạng thái kết hợp chắn lẻ được tạo ra bằng thực nghiệm [1]. Tuy nhiên, chúng là các trạng thái kết hợp tuyến tính. Trong những năm gần đây, một số nhà khoa học đã nghiên cứu các trạng thái kết hợp phi tuyến như trạng thái kết hợp phi tuyến chắn và lẻ, trạng thái kết hợp chắn và lẻ phụ thuộc vào tham số biến dạng q , trạng thái kết hợp cặp, trạng thái kết hợp bộ ba [2], [3], v.v... Ngoài các tính chất nén của các đại lượng vật lý, các tính chất phi cổ điển cũng thể hiện các tính chất nổi bật như tính chất Sub-Poisson, tính chất antibunching và sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz. Antibunching là điều cần thiết trong việc tạo ra các photon đơn lẻ để triển khai các giao thức hoàn toàn an toàn.

Việc nghiên cứu và tìm hiểu tính chất phi cổ của các trạng thái phi cổ điển đã và đang được nhiều tác giả trong nước nghiên cứu. Tuy nhiên tính chất antibunching của việc chồng chất các trạng thái trong hệ tương tác photon và nguyên tử chưa được các tác giả nghiên cứu chi tiết. Những kết quả nghiên cứu chi tiết của bài báo này hứa hẹn rất lớn trong việc tìm ra một cách có thể ứng dụng vào thực tế, phục vụ cho các công nghệ mới như công nghệ sinh học, công nghệ nano, sản xuất máy tính lượng tử có tốc độ xử lý nhanh hơn nhiều lần so với các máy tính đang sử dụng hiện nay.

1.1 TRẠNG THÁI KẾT HỢP PHI TUYẾN CHẴN-LẺ

Trạng thái kết hợp phi tuyến chẵn (KHPTC) và trạng thái kết hợp phi tuyến lẻ (KHPTL) là hàm riêng của toán tử $F(\hat{n})\hat{a}^2$ với $F(\hat{n})$ là một hàm của toán tử số hạt \hat{n} .

$$F(\hat{n})\hat{a}^2 |\alpha, F\rangle = \alpha |\alpha, F\rangle, \quad (1)$$

trong đó α là một số phức bất kỳ trong không gian phức. Đặt $|\alpha, F, +\rangle$ là trạng thái KHPTC, $|\alpha, F, -\rangle$ là trạng thái KHPTL. Các trạng thái KHPTC và KHPTL được khai triển theo trạng thái Fock có dạng

$$|\alpha, F, +\rangle = \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\alpha|^{2n}}{(2n)! [F(2(n-1))!!]^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{(2n)! F(2(n-1))!!}} |2n\rangle, \quad (2)$$

$$|\alpha, F, -\rangle = \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\alpha|^{2n}}{(2n+1)! [F(2n-1)!!]^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{(2n+1)! F(2n-1)!!}} |2n+1\rangle. \quad (3)$$

trong đó $F(2(n-1))!! = F(0)F(2)...F(2(n-1))$, và $F(2n-1)!! = F(1)F(3)...F(2n-1)$.

1.2 ĐIỀU KIỆN ĐỂ TỒN TẠI TÍNH CHẤT ANTIBUNCHING CHO TẦN SỐ TỔNG

a) Antibunching đơn mode

Điều kiện để một trạng thái có tính chất antibunching trong trường hợp đơn mode là

$$\langle \hat{n}^{(l+1)} \rangle \langle \hat{n}^{(m-1)} \rangle - \langle \hat{n}^{(l)} \rangle \langle \hat{n}^{(m)} \rangle < 0. \quad (4)$$

Phép đo cấp độ tính chất phản kết chùm bậc cao đơn mode được định nghĩa trong [4]. Theo Lee, tiêu chuẩn để tồn tại tính chất phản kết chùm bậc cao đơn mode được định nghĩa bằng hệ số phản kết chùm đơn mode $R(l, m)$ và thỏa mãn bất đẳng thức (4) có dạng

$$R(l, m) = \frac{\langle \hat{n}^{(l+1)} \rangle \langle \hat{n}^{(m-1)} \rangle}{\langle \hat{n}^{(l)} \rangle \langle \hat{n}^{(m)} \rangle} - 1. \quad (5)$$

Như vậy, tiêu chuẩn cho sự tồn tại của tính chất antibunching cho trường hợp đơn mode có thể được khái quát hóa như sau

$$R(l, m; k) = \frac{\langle \hat{n}^{(l+k)} \rangle \langle \hat{n}^{(m-k)} \rangle}{\langle \hat{n}^{(l)} \rangle \langle \hat{n}^{(m)} \rangle} - 1 < 0. \quad (6)$$

b) Antibunching hai mode

Phép đo cấp độ tính chất phản kết chùm bậc cao hai mode được định nghĩa bởi Lee [5]. Theo Lee, tiêu chuẩn để tồn tại tính chất phản kết chùm bậc cao hai mode được định nghĩa bằng hệ số phản kết chùm hai mode $R_{ab}(l, m)$ và thỏa mãn bất đẳng thức

$$\langle \hat{n}_a^{(l+1)} \hat{n}_b^{(m-1)} \rangle + \langle \hat{n}_a^{(m-1)} \hat{n}_b^{(l+1)} \rangle - \langle \hat{n}_a^{(l)} \hat{n}_b^{(m)} \rangle - \langle \hat{n}_a^{(m)} \hat{n}_b^{(l)} \rangle < 0, \quad (7)$$

có dạng

$$R_{ab}(l, m) = \frac{\langle \hat{n}_a^{(l+1)} \hat{n}_b^{(m-1)} \rangle + \langle \hat{n}_a^{(m-1)} \hat{n}_b^{(l+1)} \rangle}{\langle \hat{n}_a^{(l)} \hat{n}_b^{(m)} \rangle + \langle \hat{n}_a^{(m)} \hat{n}_b^{(l)} \rangle} - 1 < 0. \quad (8)$$

Nếu tham số $R_{ab}(l, m)$ càng bé hơn 0 thì tính chất antibunching của trạng thái đó thể hiện càng mạnh, nghĩa là trạng thái đó thể hiện tính lượng tử càng lớn.

c) Tính chất antibunching bậc cao đơn mode

Từ công thức (6), xét trường hợp đơn mode, chọn $l=1, m=k$, ta có điều kiện để có tính chất antibunching bậc k có thể viết lại như sau:

$$A_{C_s(t),k} = \frac{\langle \hat{n}_C^{(k+1)} \rangle}{\langle \hat{n}_C^{(k)} \rangle \langle \hat{n}_C \rangle} - 1 < 0, \quad (9)$$

trong đó $\hat{n}_C = \hat{C}_s^\dagger(t)\hat{C}_s(t)$ là toán tử số hạt ứng với các mode ở ngõ vào; l, m là các số nguyên dương thỏa mãn điều kiện $l \geq m \geq 1$. Và (10) được viết lại dưới dạng

$$V(C_s(t); k) = \langle \hat{n}_C^{(k+1)} \rangle - \langle \hat{n}_C^{(k)} \rangle \langle \hat{n}_C \rangle < 0, \quad (10)$$

trong đó

$$\hat{n}^{(k)} = \prod_{j=0}^{k-1} (\hat{n} - j) = \hat{n}(\hat{n} - 1)(\hat{n} - 2) \dots (\hat{n} - k_1) = \hat{C}_s^{+k}(t)\hat{C}_s^k(t). \quad (11)$$

Vậy điều kiện để có tính chất antibunching bậc k trở thành

$$V(C_s(t); k) = \langle \hat{C}_s^{+(k+1)}(t)\hat{C}_s^{k+1}(t) \rangle - \langle \hat{C}_s^{+k}(t)\hat{C}_s^k(t) \rangle \langle \hat{C}_s^+(t)\hat{C}_s(t) \rangle < 0. \quad (12)$$

Khi khảo sát hệ có tính chất antibunching hay không thì chúng ta chỉ cần khảo sát thành phần trong dấu ngoặc vuông.

$$V(C_s(t), k) = \left[\prod_{j=1}^N \langle \hat{C}_j^\dagger \hat{C}_j \rangle - \text{Re} \left\{ e^{-2i\theta_s} \prod_{j=1}^N \langle \hat{C}_j^2 \rangle \right\} \right] + \text{Re} \left\{ e^{-2i\theta_s} \prod_{j=1}^N \langle \hat{C}_j \rangle^2 \right\} - \text{Re} \left\{ \prod_{j=1}^N \langle \hat{C}_j \rangle \langle \hat{C}_j^\dagger \rangle \right\} < 0. \quad (13)$$

2 KHẢO SÁT ĐIỀU KIỆN TỒN TẠI TÍNH CHẤT ANTIBUNCHING BẬC CAO CỦA PHOTON TẦN SỐ TỔNG

Trước khi tiến hành khảo sát tính chất antibunching với ngõ vào có sự tham gia của các mode ở trạng thái KHPTC hoặc KHPTL, ta cần chỉ rõ hàm phi tuyến $F(n)$. Trong bài báo này, hàm phi tuyến $F(n)$ được chọn là hàm mô tả trạng thái chuyển động của ion bị giam giữ có dạng

$$F(n) = L_n^1(\eta^2) [L_n^0(\eta^2)]^{-1}, \quad (14)$$

trong đó η là hệ số Lamb-Dicke được xác định như sau: $\eta = k_L(\hbar / 2M\nu)^{1/2}$, với k_L là vectơ sóng của trường laser, M, ν lần lượt là khối lượng và tần số dao động của ion bị giam giữ. $L_n^a(\eta^2)$ là đa thức Laguerre suy rộng có bậc n theo η^2 và tham số a , đa thức Laguerre suy rộng được định nghĩa như sau:

$$L_n^a(\eta^2) = \sum_{l=0}^n \frac{(n+a)!}{(n-l)!(a+l)!} \frac{(-\eta^2)^l}{l!}. \quad (15)$$

Khi $\eta \rightarrow 0$ thì $F(n) = 1$, trong trường hợp này các trạng thái kết hợp phi tuyến sẽ trở thành các trạng thái kết hợp thông thường. Tuy nhiên, khi $\eta \neq 0$ thì sự tuyến tính sẽ phụ thuộc vào độ lớn của η . Vì vậy trong giới hạn của bài báo, chúng tôi sẽ chọn các giá trị của η một cách hợp lý để các đặc điểm cơ bản liên quan đến tính phi tuyến được thể hiện rõ nét.

2.1 Điều kiện tồn tại tính chất antibunching bậc cao của photon tần số tổng tạo bởi hệ tương tác nguyên tử với N photon ban đầu ở các trạng thái kết hợp, KHPTC, KHPTL và nén kết hợp

Trong các trường hợp tổng quát, các mode ở ngõ vào không đồng thời cùng là một trạng thái mà một số chúng có thể ở trạng thái này, một số khác lại ở trạng thái khác. Cụ thể là có L mode ở trạng thái kết hợp,

M mode ở trạng thái nén kết hợp. K mode ở trạng thái KHPTC và Q mode ở trạng thái KHPTL (với $N = L+M+K+Q$).

Biểu thức điều kiện tồn tại tính chất antibunching của photon tần số tổng tạo bởi hệ tương tác nguyên tử với N photon ban đầu ở các trạng thái kết hợp, kết hợp phi tuyến chẵn, lẻ và nén kết hợp như sau

$$\begin{aligned}
 V(C_s(t), k) = & \left[\prod_{p=1}^L \langle \hat{c}_p^\dagger \hat{c}_p \rangle \prod_{q=L+1}^M \langle \hat{c}_q^\dagger \hat{c}_q \rangle \prod_{i=M+1}^K \langle \hat{c}_i^\dagger \hat{c}_i \rangle \prod_{j=K+1}^Q \langle \hat{c}_j^\dagger \hat{c}_j \rangle \right. \\
 & - \text{Re} \left\{ \prod_{p=1}^L \langle \hat{c}_p \rangle \langle \hat{c}_p^\dagger \rangle \prod_{q=L+1}^M \langle \hat{c}_q \rangle \langle \hat{c}_q^\dagger \rangle \prod_{i=M+1}^K \langle \hat{c}_i \rangle \langle \hat{c}_i^\dagger \rangle \prod_{j=K+1}^Q \langle \hat{c}_j \rangle \langle \hat{c}_j^\dagger \rangle \right\} \\
 & - \text{Re} \left\{ e^{-2i\theta_s} \prod_{p=1}^L \langle \hat{c}_p^2 \rangle \prod_{q=L+1}^M \langle \hat{c}_q^2 \rangle \prod_{i=M+1}^K \langle \hat{c}_i^2 \rangle \prod_{j=K+1}^Q \langle \hat{c}_j^2 \rangle \right\} \\
 & \left. + \text{Re} \left\{ e^{-2i\theta_s} \prod_{p=1}^L \langle \hat{c}_p^2 \rangle \prod_{q=L+1}^M \langle \hat{c}_q^2 \rangle \prod_{i=M+1}^K \langle \hat{c}_i^2 \rangle \prod_{j=K+1}^Q \langle \hat{c}_j^2 \rangle \right\} \right] < 0, \quad (16)
 \end{aligned}$$

trong đó $\hat{C}_p^\dagger, \hat{C}_p$ là các toán tử sinh, hủy ở trạng thái kết hợp; $\hat{C}_q^\dagger, \hat{C}_q$ là các toán tử sinh, hủy ở trạng thái nén kết hợp; $\hat{C}_i^\dagger, \hat{C}_i$ là các toán tử sinh, hủy ở trạng thái KHPTC và $\hat{C}_j^\dagger, \hat{C}_j$ là các toán tử sinh, hủy ở trạng thái KHPTL.

2.2 Trường hợp tất cả các mode đều ở trạng thái kết hợp

Xét trường hợp các tất cả các mode ở ngõ vào đều ở trạng thái kết hợp $|\alpha_p\rangle$ ứng với số phức đặc trưng

$\alpha_p = r_p e^{i\theta_p}$. Theo (16), điều kiện để có tính chất antibunching bậc cao cụ thể cho trường hợp này là

$$\begin{aligned}
 V_0 = & \prod_{p=1}^N r_p^2 - \left(\prod_{p=1}^N r_p^2 \right) \cos\left(2 \sum_{p=1}^N \theta_p - 2\theta_s\right) \\
 & + \left(\prod_{p=1}^N r_p^2 \right) \cos\left(2 \sum_{p=1}^N \theta_p - 2\theta_s\right) - \prod_{p=1}^N r_p^2 = 0. \quad (17)
 \end{aligned}$$

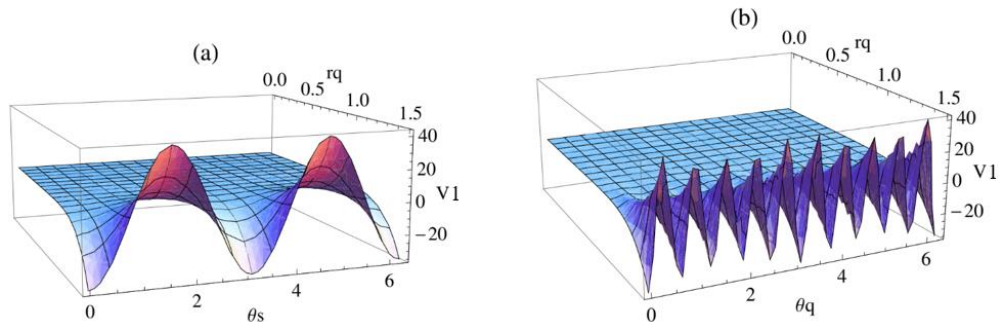
photon tần số tổng ở ngõ ra hoàn toàn không có tính chất antibunching.

2.3 Trường hợp tất cả các mode ở ngõ vào đều ở trạng thái nén kết hợp

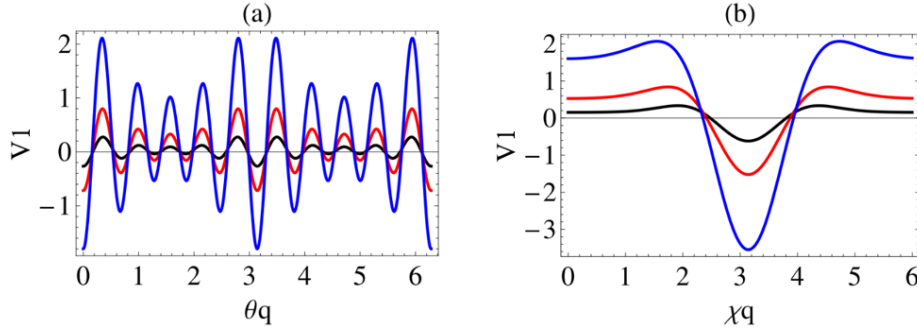
Giả sử rằng tất cả N mode ở ngõ vào đều ở trạng thái nén kết hợp $|\alpha_q, z_q\rangle$ ứng với số phức đặc trưng

$\alpha_q = r_q e^{i\theta_q}$. Điều kiện để có tính chất antibunching bậc cao tổng quát cho trường hợp này có dạng

$$\begin{aligned}
 V_1 = & \prod_{q=1}^N (r_q^2 + \sinh^2(s_q)) - \prod_{q=1}^N r_q^2 + \left(\prod_{q=1}^N r_q^2 \right) \cos\left(2 \sum_{q=1}^N \theta_q - 2\theta_s\right) \\
 & - \text{Re} \left\{ e^{-i2\theta_s} \prod_{q=1}^N (r_q^2 e^{i2\theta_q} - e^{iz_q} \sinh(s_q) \cosh(s_q)) \right\}. \quad (18)
 \end{aligned}$$



Hình 1: Đồ thị V_1 được khảo sát với tổng mode ngõ vào $N = 6$ trong trạng thái nén kết hợp, hình (a) khảo sát V_1 theo biên độ nén kết hợp r_q và góc pha θ_s khi $N = 6$, $\theta_q = \chi_q = \pi$, $s_q = 0.1$. Trong khi đó, hình (b) khảo sát V_1 theo biên độ nén kết hợp r_q và pha nén kết hợp θ_q khi $N = 6$, $\theta_s = 0$, $\chi_q = \pi$, $s_q = 0.1$.



Hình 2: Đồ thị V_1 được khảo sát với tổng mode ngõ vào $N = 6$ trong trạng thái nén kết hợp, hình (a) khảo sát V_1 theo pha nén kết hợp θ_q với $N = 6$, $\theta_s = 0$, $\chi_q = \pi$, $s_q = 0.2$ khi r_q thay đổi với các giá trị $r_q = 0.8$ (đen), $r_q = 0.9$ (đỏ), $r_q = 1$ (xanh). Trong khi đó, hình (b) khảo sát V_1 theo χ_q với $N = 6$, $\theta_s = \theta_q = 0$, $s_q = 0.3$ khi r_q thay đổi với các giá trị $r_q = 0.8$ (đen), $r_q = 0.9$ (đỏ), $r_q = 1$ (xanh).

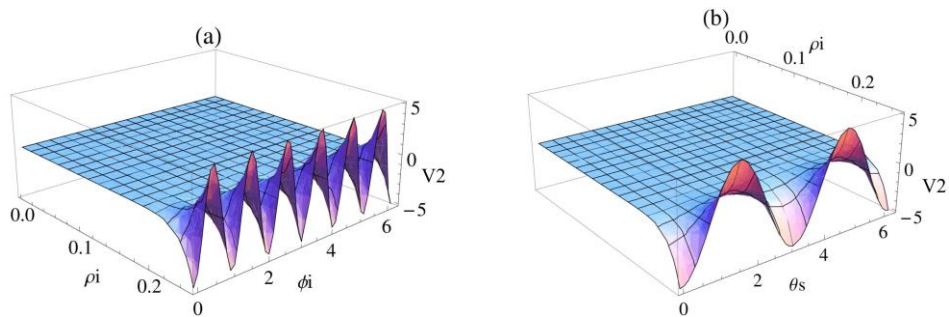
Đồ thị V_1 với tổng số mode ở ngõ vào $N = 6$ được thể hiện ở Hình 1 và Hình 2. Và kết quả cho thấy khi $\theta_s = 0$ thì tại những góc pha $\theta_q = \chi_q = m\pi$ thì tính chất antibunching bậc cao thể hiện rõ nét nhất, khi đó tính chất antibunching gần như không phụ thuộc vào các biên độ nén, biên độ kết hợp và độ nén nữa. Khi tăng giá trị các tham số trên thì tính chất antibunching càng thể hiện một cách nhanh chóng và rõ nét. Hình 2 cho thấy khi các giá trị của biên độ nén r_q tăng thì tính chất antibunching càng thể hiện rõ. Với những giá trị dương bất kỳ của r_q, s_q , cho thấy tính chất antibunching thể hiện một cách tuần hoàn theo các góc pha. Tính tuần hoàn này phụ thuộc rất lớn vào việc chọn các góc pha. Chỉ khi các góc pha có giá trị gần với $m\pi, m \in \mathbb{Z}$ thì tính chất antibunching mới thể hiện.

2.4 Trường hợp tất cả các mode ở ngõ vào đều ở trạng thái KHPTC

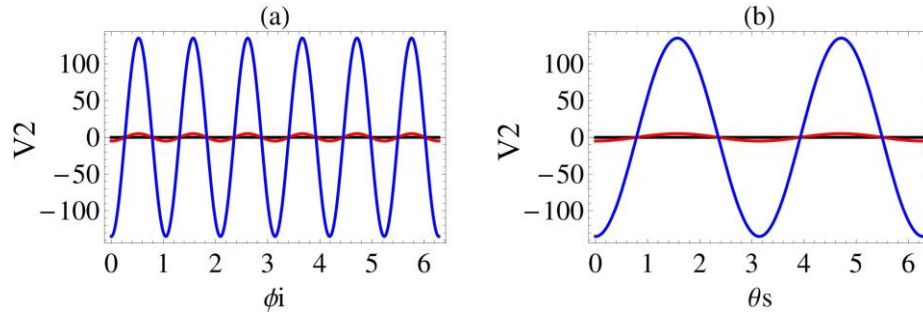
Giả sử tất cả N mode ở ngõ vào đều ở trạng thái KHPTC $|\beta_m\rangle$ ứng với số phức đặc trưng $\beta_i = \rho_i e^{i\phi_i}$.

Điều kiện để có tính chất antibunching bậc cao tổng quát cho trường hợp này có dạng

$$V_2 = \prod_{i=1}^N |C_0|^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_i^{2n} 2n}{(2n)! [F(2n-2)]!^2} - \cos\left(\sum_{i=1}^N \phi_i - 2\theta_s\right) \prod_{i=1}^N |C_0|^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_i^{(2n+1)}}{(2n)! F(2n-2)! F(2n)!} \quad (19)$$



Hình 3: Hình (a) khảo sát V_2 theo biên độ KHPTC ρ_j và góc pha KHPTC ϕ_j khi $N = 6$, $\eta = 0.3$, $\theta_s = 0$. Trong khi đó, hình (b) khảo sát V_2 theo biên độ KHPTC ρ_j và góc pha θ_s khi $N = 6$, $\eta = 0.3$, $\phi_j = \pi$.



Hình 4: Hình (a) khảo sát V_2 theo ϕ_j với $N=6, \eta=0.3, \theta_s=0$ khi ρ_j thay đổi với các giá trị $\rho_j = 0.2$ (đen), $\rho_j = 0.25$ (đỏ), $\rho_j = 0.3$ (xanh). Trong khi đó, hình (b) khảo sát V_2 theo θ_s với $N=6, \eta=0.3, \phi_j=0$ khi ρ_j thay đổi với các giá trị $\rho_j = 0.2$ (đen), $\rho_j = 0.25$ (đỏ), $\rho_j = 0.3$ (xanh).

Theo các hình trên có thể thấy rằng, các góc pha $\theta_s = m\pi, m \in \mathbb{Z}$ và $\phi_j = k\pi/3, k \in \mathbb{Z}$ thì tính chất antibunching thể hiện rõ nét nhất. Nếu các góc pha thỏa mãn các điều kiện vừa nêu trên thì khi thay đổi biên độ KHPTC thì tính chất antibunching vẫn không mất đi mà sẽ càng thể hiện rõ nét nếu các giá trị của nó tăng lên.

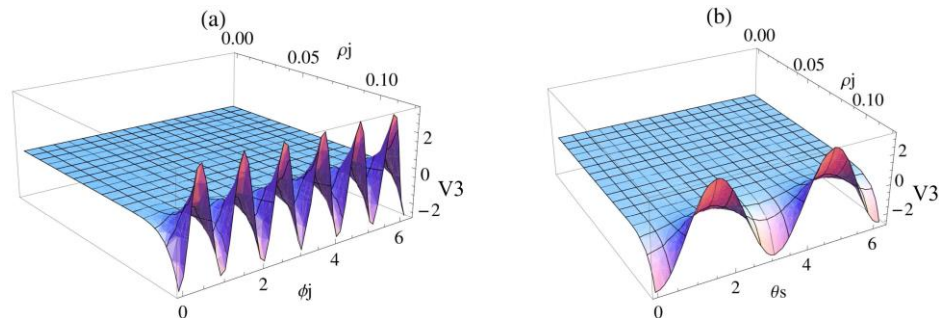
Hình 4 cho thấy khi tăng giá trị của ρ_j thì tính chất antibunching càng thể hiện rõ nét.

2.5 Trường hợp tất cả các mode ở ngõ vào đều ở trạng thái KHPTL

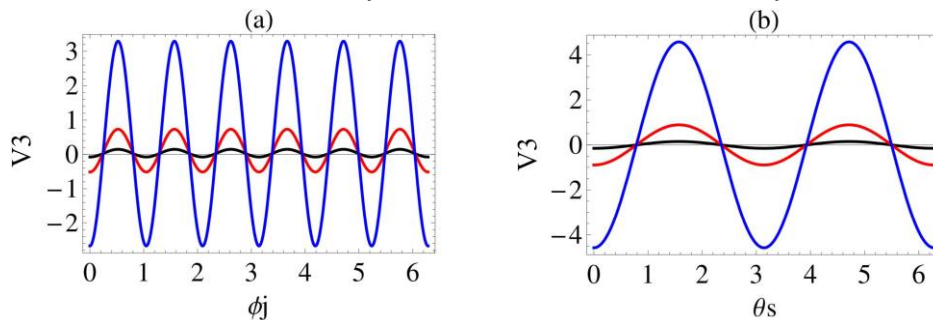
Giả sử tất cả N mode ở ngõ vào đều ở trạng thái KHPTL $|\beta_j\rangle$ ứng với số phức đặc trưng $\beta_j = \rho_j e^{i\phi_j}$.

Điều kiện để có tính chất antibunching bậc cao tổng quát cho trường hợp này có dạng

$$V_3 = \prod_{j=1}^N |C_1|^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_j^{2n} (2n+1)}{(2n+1)! [F(2n-1)!!]^2} - \cos\left(\sum_{j=1}^N \phi_j - 2\theta_s\right) \prod_{j=1}^N |C_1|^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_j^{(2n+1)}}{(2n+1)! F(2n-1)!! F(2n+1)!!} \quad (20)$$



Hình 5: Hình (a) khảo sát V_3 theo biên độ KHPTL ρ_j và góc pha KHPTL ϕ_j khi $N=6, \eta=0.3, \theta_s=0$. Trong khi đó, hình (b) khảo sát V_3 theo biên độ KHPTL ρ_j và góc pha θ_s khi $N=6, \eta=0.3, \phi_j=0$.



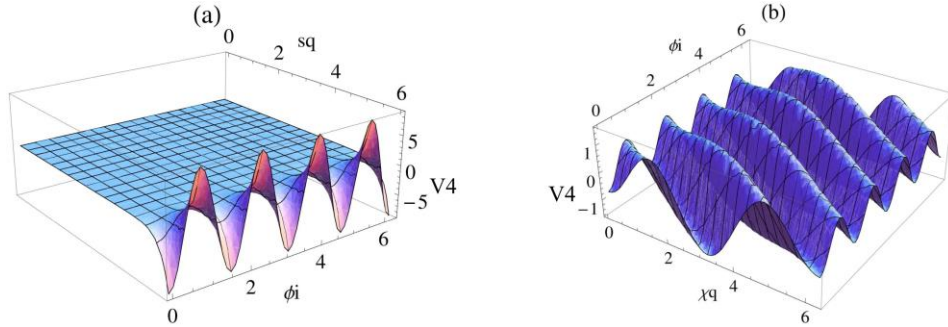
Hình 6: Hình (a) khảo sát V_3 theo ϕ_j với $N=6, \eta=0.3, \theta_s = \pi$ khi ρ_j thay đổi với các giá trị $\rho_j = 0.1$ (đen), $\rho_j = 0.11$ (đỏ), $\rho_j = 0.12$ (xanh). Trong khi đó, hình (b) khảo sát V_3 theo θ_s với $N=6, \eta = 0.3, \phi_j = 0$ khi ρ_j thay đổi với các giá trị $\rho_j = 1$ (đen), $\rho_j = 1.1$ (đỏ), $\rho_j = 1.2$ (xanh).

Tương tự trường hợp khảo sát V_3 cũng thu được kết quả khảo sát V_3 tại các góc $\theta_s = m\pi, \phi_j = k\pi/3$ (với $m, k \in \mathbb{Z}$) thì tính chất antibunching được thể hiện rõ nét nhất và có tính tuần hoàn. Tính chất antibunching phụ thuộc vào giá trị của ρ_j , giá trị ρ_j càng tăng thì tính chất antibunching càng thể hiện rõ.

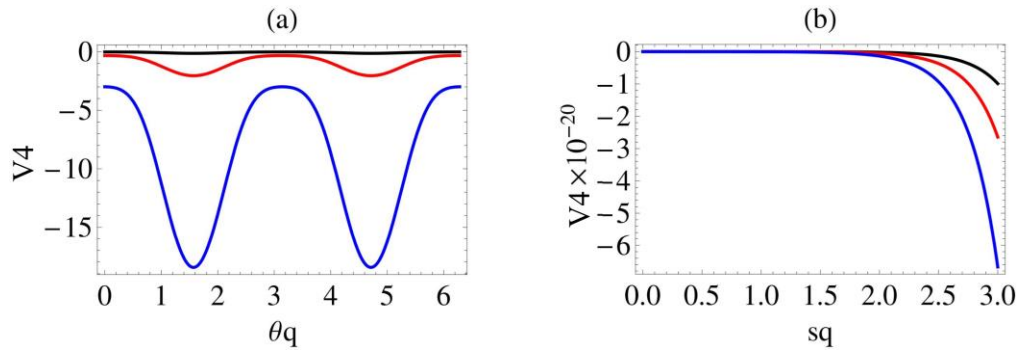
2.6 Trường hợp M mode ở trạng thái nén kết hợp, K mode ở trạng thái KHPTC

Điều kiện để có tính chất antibunching bậc cao tổng quát cho trường hợp này có dạng

$$V_4 = \prod_{q=1}^M (r_q^2 + \sinh^2(s_q)) \prod_{i=M+1}^K |C_0|^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_i^{2n} 2n}{(2n)! [F(2n-2)]!^2} - \text{Re} \left\{ e^{-2i\theta_s} \prod_{q=1}^M (r_q^2 e^{2i\theta_q} - e^{i\chi_q} \sinh(s_q) \cosh(s_q)) \prod_{i=M+1}^K e^{i\phi_i} |C_0|^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_i^{(2n+1)}}{(2n)! F(2n-2)! F(2n)!} \right\}. \quad (21)$$



Hình 7: Đồ thị V_4 khảo sát với $M=2, K=6, L=0$; $M=2, K=6$ và $Q=0$; hình (a) khảo sát V_4 theo s_q và ϕ_i với $\eta=0.3, r_q = \rho_i = 0.1, \theta_s = \theta_q = \pi/2, \chi_q = 0$. Trong khi đó, hình (b) khảo sát V_4 theo χ_q và ϕ_i khi $\eta=0.3, \rho_i = 0.3, r_q = s_q = 0.2, \theta_s = \theta_q = \pi$.



Hình 8: Đồ thị của V_4 khảo sát với $M=2, K=6, L=0, M=2, K=6$ và $Q=0$; hình (a) khảo sát V_4 theo θ_q với $\eta=0.3, r_q = s_q = 0.5, \chi_q = \phi_i = \theta_s = 0$ khi ρ_i thay đổi với các giá trị $\rho_i = 0.2$ (đen), $\rho_i = 0.25$ (đỏ), $\rho_i = 0.3$ (xanh). Trong khi đó, hình (b) khảo sát V_4 theo s_q với $\eta=0.3, r_q = 0.5, \theta_q = \chi_q = \theta_s = \pi, \phi_i = 0$ khi ρ_i thay đổi với các giá trị $\rho_i = 0.1$ (đen), $\rho_i = 0.11$ (đỏ), $\rho_i = 0.12$ (xanh).

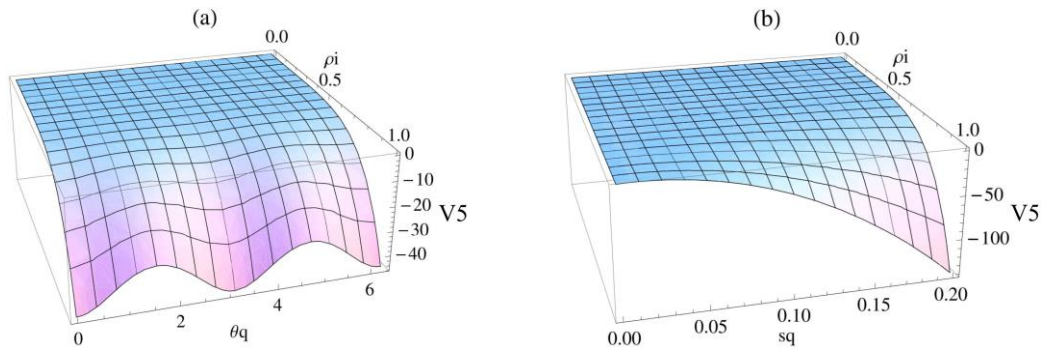
Khảo sát V_4 với tổng số mode ở ngõ vào $N=6$, trong đó có $M=2$ mode ở trạng thái nén kết hợp và các mode còn lại ở trạng thái KHPTC, cho kết quả với các góc pha $\chi_q = \pi, \theta_s = \theta_q = m\pi$ và $\phi_i = k\pi/2$, ($m, k \in \mathbb{Z}$) thì tính chất antibunching được thể hiện rõ nét nhất. Nếu các góc pha thỏa mãn các điều kiện

vừa nêu trên thì nếu thay đổi biên độ kết hợp, biên độ KHPTC thì tính chất antibunching vẫn không mất đi mà sẽ càng thể hiện rõ nét nếu các giá trị của chúng tăng lên.

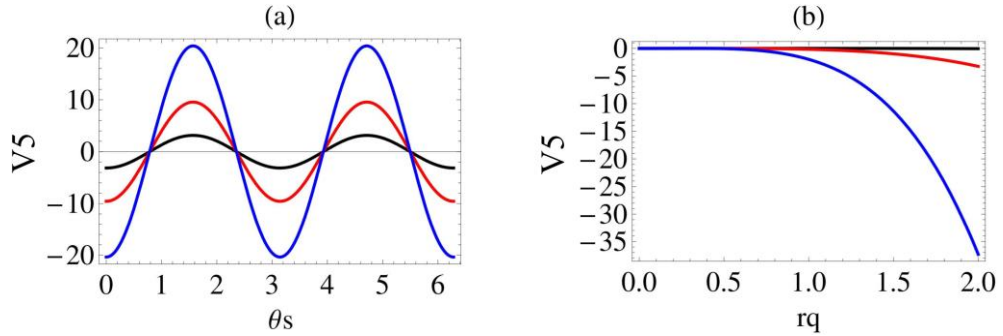
2.7 Trường hợp M mode ở trạng thái nén kết hợp, K mode ở trạng thái KHPTC và Q mode ở trạng thái KHPTL

Điều kiện để có tính chất antibunching bậc cao tổng quát cho trường hợp này có dạng

$$V_5 = \prod_{q=1}^M (r_q^2 + \sinh^2(s_q)) \prod_{i=L+1}^K |C_0|^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_i^{2n} 2n}{(2n)! [F(2n-2)]!^2} \prod_{j=K+1}^Q |C_1|^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_j^{2n} (2n+1)}{(2n+1)! [F(2n-1)]!^2} - \text{Re} \left\{ e^{-2i\theta_s} \prod_{q=1}^M (r_q^2 e^{2i\theta_q} - e^{i\chi_q} \sinh(s_q) \cosh(s_q)) \prod_{i=L+1}^K e^{i\phi_i} |C_0|^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_i^{(2n+1)}}{(2n)! F(2n-2)! F(2n)!} \times \prod_{j=K+1}^Q e^{i\phi_j} |C_1|^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho_j^{(2n+1)}}{(2n+1)! F(2n-1)! F(2n+1)!} \right\}. \quad (22)$$



Hình 9: Khảo sát đồ thị V_5 với $L=0, M=2, K=4$ và $Q=0$, $L=0, M=2, K=4$ và $Q=0$. Hình (a) khảo sát V_5 theo các số hạng của ρ_i và θ_q với $\eta=0.53$, $r_q=\rho_j=0.1$, $s_q=0.1$, $\phi_i=\phi_j=\theta_s=\chi_q=\pi$. Hình (b) khảo sát V_5 theo các số hạng của ρ_i và s_q với $\eta=0.3$, $r_q=\rho_j=0.1$, $\theta_q=\pi/2$, $\theta_s=\chi_q=\phi_i=\phi_j=\pi$.



Hình 10: Đồ thị V_5 với $L=0, M=2, K=4$ và $Q=0$, $L=0, M=2, K=4$ và $Q=0$; hình (a) khảo sát V_5 theo θ_s với $\eta=0.3$, $r_q=\rho_i=0.2$, $\rho_j=0.3$, $\phi_i=\phi_j=\chi_q=0$, $\theta_q=\pi/2$, khi s_q thay đổi với các giá trị $s_q=0.1$ (đen), $s_q=0.2$ (đỏ), $s_q=0.3$ (xanh). trong khi đó, hình (b) khảo sát V_5 theo r_q với $\eta=0.3$, $\rho_j=s_q=0.1$, $\theta_q=\pi/2$, $\chi_q=\phi_i=\phi_j=\theta_s=\pi$ khi ρ_i thay đổi với các giá trị $\rho_i=0.1$ (đen), $\rho_i=0.2$ (đỏ), $\rho_i=0.3$ (xanh).

Khảo sát V_5 trong trường hợp tổng số mode ở ngõ vào $N=6$, trong đó có $M=2$ mode ở trạng thái nén kết hợp, $K=2$ mode ở trạng thái KHPTC và các mode còn lại ở trạng thái KHPTL. Kết quả thu được, tại các góc pha thỏa mãn điều kiện $\chi_q=\theta_s=\theta_q=\phi_i\phi_j=k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$ thì tính chất antibunching được thể hiện rõ nét nhất. Khi đó nếu thay đổi giá trị các biên độ của các trạng thái và độ nén thì tính chất atibunching vẫn không bị mất đi, ngược lại sẽ càng thể hiện rõ nếu ta tăng các giá trị của biên độ và độ nén lên.

3 KẾT LUẬN

Như vậy bài báo đã khảo sát tính chất antibunching của một số trường hợp cụ thể của photon tần số tổng ở ngõ ra của hệ N photon tương tác ban đầu ở các trạng thái kết hợp, kết hợp phi tuyến chắn, lẻ và nén kết hợp. Quá trình khảo sát cho thấy rằng:

Tính chất antibunching phụ thuộc rất lớn vào các góc pha $\theta_s, \theta_p, \theta_q, \chi_q, \chi_i$ hoặc χ_j và các biên độ kết hợp r_s, r_p , biên độ nén kết hợp r_q và độ nén s_q , biên độ KHPTC ρ_i hoặc biên độ KHPTL ρ_j . Tính chất antibunching thể hiện rõ nét nhất tại góc pha $\theta_s = m\pi$. Biên độ của các trạng thái và độ nén có giá trị càng lớn thì tính chất antibunching càng thể hiện rõ.

Số lũy thừa bậc k không ảnh hưởng đến điều kiện để có tính chất antibunching bậc cao hay không mà chỉ ảnh hưởng đến việc thể hiện tính rõ nét của tính chất này trong các trường hợp nêu trên.

Bài báo này có thể mở rộng phạm vi nghiên cứu sâu hơn tính chất antibunching của các trạng thái như: trạng thái Binomial, trạng thái siêu đối xứng, trạng thái kết hợp thêm photon, trạng thái kết hợp phụ thuộc tham số biến dạng, v.v...

LỜI CẢM ƠN

Cảm ơn Trường Đại học Công nghiệp TP. HCM đã tạo mọi điều kiện dành cho hoạt động nghiên cứu khoa học của các giảng viên.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Zavatta A., Parigi V., and Bellini M., Experimental nonclassicality of single-photon-added thermal light states, *Physical Review A*, vol. 75, no. 5, pp. 052106-1 - 052106-6, 2007.
- [2] Liu X. M., and Li B., Even and odd nonlinear charge coherent states and their nonclassical properties, *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, vol. 45, no. 41, pp. 415307-1 - 415307-17, 2012.
- [3] Mojaveri, B., Dehghani, A., and Ali-Mohammadzadeh, B., Even and Odd Deformed Photon Added Nonlinear Coherent States, *International Journal of Theoretical Physics*, vol 55, no. 1, pp. 421-431, 2016.
- [4] Lee C. T., Higher-order criteria for nonclassical effects in photon statistics, *Physical Review A*, vol. 41, no. 3, pp. 1721 – 1723, 1990.
- [5] Lee C. T. (1990), Many-photon antibunching in generalized pair coherent states, *Physical Review A*, vol. 41, no. 3, pp. 1569 – 1575, 1990.
- [6] Giri, S. K., Thapliyal, K., Sen, B., and Pathak, A., Nonclassicality in an atom–molecule Bose–Einstein condensate: Higher-order squeezing, antibunching and entanglement. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 466, no. C, pp. 140-152, 2017.
- [7] Giraldi, Filippo, and Francesco Mainardi, Truncated generalized coherent states, *Journal of Mathematical Physics*, vol. 64, no. 3, pp. 032105-032123, 2023.
- [8] El Anouz, K., El Allati, A., and El Baz, M., Teleporting quantum Fisher information for even and odd coherent states, *JOSA B*, vol. 37, no. 1, pp. 38-47, 2020.
- [9] Ahbli, K., Kassougué, H., Kikodio, P. K., and Kouraich, A., A new generalization of nonlinear coherent states for the pseudoharmonic oscillator, *Analysis and Mathematical Physics*, vol. 11, no. 2, pp. 1-22, 2021.
- [10] Jebli, L., The entanglement and nonclassical properties of multi-photon amplified added based two-mode entangled coherent states. *Optik*, vol. 303, no. 3, pp. 171751-171765, 2024.

STUDY OF HIGH-ORDER ANTIBUNCHING OF TOTAL FREQUENCY PHOTONS IN A POLYATOMIC AND PHOTON INTERACTION SYSTEM

ĐẶNG HỮU ĐỊNH^{*1}, NGUYỄN THỊ HOÀI OANH²

¹ Faculty of Electronic Technology, Industrial University of Ho Chi Minh City,

² Faculty of Physics, Hue University of Education;

*Corresponding author: danghuudinh@iuh.edu.vn

Abstract. This paper studies the antibunching properties of the total frequency photons generated by the atomic interaction system with N photons in the coherent state, the even-odd nonlinear coherent state and the squeezing state. On the basis of the criteria for the existence of high-order antibunching, we give an analytic expression for the general high-order antibunching of the system of N photons of total frequency at the input. The research results show that when the input modes are all in a coherent state, there is absolutely no antibunching property. In the case of input modes in the single-mode coherent state, there will be no antibunching property, but as long as at least one photon in the additional nonclassical state is present, the antibunching property becomes evident when we choose value of amplitude, phase angle and suitable the degree of squeezing. Investigation of antibunching properties according the nonlinear even coherent state or the nonlinear odd coherent state has similar results.

Keywords. Antibunching; The coherent squeezed state; The even-odd nonlinear coherent state.

Ngày gửi bài: 26/2/2025

Ngày nhận đăng: 30/5/2025