

KHẢO SÁT MỘT SỐ TÍNH CHẤT PHI CỔ ĐIỂN CỦA TRẠNG THÁI KẾT HỢP ĐIỆN TÍCH BIẾN DẠNG CHẴN VÀ LẺ

ĐẶNG HỮU ĐỊNH

Khoa Công nghệ Điện tử, Trường Đại học Công nghiệp Thành phố Hồ Chí Minh;
danghuudinh@juh.edu.vn

Tóm tắt. Trong bài báo này chúng tôi nghiên cứu các tính chất phi cổ điển như nén tổng hai mode, nén hiệu hai mode và phân kết chùm bậc cao đơn mode của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ. Từ đó, đưa ra các biểu thức giải tích cho cấp độ nén tổng hai mode, nén hiệu hai mode và phân kết chùm bậc cao đơn mode. Kết quả khảo sát chỉ ra rằng trong các trạng thái này xuất hiện quá trình nén tổng hai mode nhưng không có nén hiệu hai mode. Khi nghiên cứu tính chất phân kết chùm bậc cao đơn mode, chúng tôi nhận thấy tính phân kết chùm bậc cao hai mode đều thể hiện khá rõ ràng đối với cả hai trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ. Cấp độ nén tổng hai mode, cấp độ phân kết chùm bậc cao đơn mode được thể hiện khác nhau thông qua việc chọn các tham số phù hợp, đặc biệt là số điện tích.

Từ khóa. Các trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ; Nén tổng và nén hiệu; Tính phân kết chùm bậc cao.

STUDY SOME NONCLASSICAL PROPERTIES OF THE EVEN AND ODD DEFORMED CHARGE COHERENT STATES

Abstract. In this paper, we study the nonclassical properties such as the two-mode sum squeezing and the difference squeezing as well as the single-mode higher-order antibunching of the even and odd deformed charge coherent states. From there, give analytical expressions for the degree of the two-mode sum squeezing, the two-mode difference squeezing and the single-mode higher-order antibunching. The research results show that, in these states, there appears two-mode sum but not difference squeezing. When studying the single-mode high-order properties, we found that this property is quite evident for both even and odd deformed charge coherent states. The degree of two-mode sum squeezing, single-mode high-order antibunching depends on the choice of parameters, especially the number of charges.

Keywords. Even and odd deformed charge coherent states; Sum and difference squeezing; Higher-order antibunching.

1 GIỚI THIỆU

Các trạng thái phi cổ điển ngày càng đóng vai trò quan trọng đối với các ngành khoa học như quang lượng tử, thông tin lượng tử và máy tính lượng tử [1]. Trạng thái kết hợp được Glauber đưa ra lần đầu tiên [2], sau đó rất nhiều trạng thái phi cổ điển đã được đề xuất, nghiên cứu [3, 4]. Các trạng thái kết hợp thêm một photon lần đầu tiên đã được tạo ra bằng thực nghiệm vào năm 2004 [5, 6], và một số tính chất phi cổ điển của các trạng thái phi cổ điển đã được khảo sát [7, 8]. Hiện nay, các tính chất phi cổ điển mới như tính chất phân kết chùm bậc cao, tính chất nén tổng và nén hiệu cũng được khảo sát cho các lớp khác nhau của các trạng thái phi cổ điển trong các hệ vật lý khác nhau [9, 10]. Các trạng thái kết hợp điện tích là các trạng thái riêng của cặp toán tử hủy boson và toán tử điện tích [11, 12]. Trong số các trạng thái này thì trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ đã được đề xuất [12]. Các trạng thái này là các trạng thái riêng của cặp toán tử hủy boson biến dạng $\hat{a}_q \hat{b}_q$ và toán tử điện tích $\hat{Q} = \hat{a}^\dagger \hat{a} - \hat{b}^\dagger \hat{b}$ được xây dựng bởi

$$(\hat{a}_q \hat{b}_q)^2 |\xi, \underline{q}\rangle_{e(o)} = \xi^2 |\xi, \underline{q}\rangle_{e(o)}, \hat{Q} |\xi, \underline{q}\rangle_{e(o)} = \underline{q} |\xi, \underline{q}\rangle_{e(o)}, {}_{e(o)}\langle \xi, \underline{q} | \xi, \underline{q} \rangle_{e(o)} = 0, \quad (1)$$

trong đó

$$\hat{a}_q = \hat{a} f(\hat{n}_a), \hat{a}_q \hat{a}_q^\dagger - q \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_q = q^{-\hat{N}_a}, [\hat{N}_a, \hat{a}_q^\dagger] = \hat{a}_q^\dagger, [\hat{N}_a, \hat{a}_q] = -\hat{a}_q,$$

$$\begin{aligned}\hat{a}_q |0\rangle &= 0, |n\rangle_q = \frac{(\hat{a}_q^\dagger)^n}{\sqrt{[n]_q!}} |0\rangle, [n]! \equiv [n]_q! = [n]_q [n-1]_q \dots [1]_q, [0]_q! = 1, \\ [n]_q &= \frac{q^n - q^{-n}}{q - q^{-1}} \equiv [n], \hat{a}_q |n\rangle_q \equiv \hat{a}_q |n\rangle = \sqrt{[n]} |n-1\rangle, \\ \hat{a}_q^\dagger |n\rangle_q &\equiv \hat{a}_q^\dagger |n\rangle = \sqrt{[n+1]} |n+1\rangle, \hat{N}_a |n\rangle = n |n\rangle,\end{aligned}$$

và

$$\hat{N}_a = \hat{a}^\dagger \hat{a}, [\hat{N}_a] = \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_q, f(n) = \sqrt{\frac{[n]_q}{n}} = \sqrt{\frac{q^n - q^{-n}}{n(q - q^{-1})}}.$$

Các công thức cũng tương tự cho mod b . Ký hiệu $|\xi, \underline{q}\rangle_e$ là trạng thái hai mode kết hợp điện tích biến dạng chẵn, $|\xi, \underline{q}\rangle_o$ là trạng thái hai mode kết hợp điện tích biến dạng lẻ và \underline{q} là một số nguyên, được gọi là số điện tích. Giả sử các photon ở mode a không nhỏ hơn các photon ở mode b , điều đó tương ứng với số điện tích $\underline{q} \geq 0$. Khai triển trong các trạng thái Fock hai mode, các trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ được cho bởi

$$|\xi, \underline{q}\rangle_e = \mathcal{N}_q^e \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^{2n}}{\sqrt{[2n]! [2n + \underline{q}]!}} |2n + \underline{q}, 2n\rangle, \quad (2)$$

$$|\xi, \underline{q}\rangle_o = \mathcal{N}_q^o \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^{2n+1}}{\sqrt{[2n+1]! [2n + \underline{q} + 1]!}} |2n + \underline{q} + 1, 2n + 1\rangle, \quad (3)$$

trong đó $|m, n\rangle$ là các trạng thái Fock hai mode và thừa số chuẩn hóa là

$$\mathcal{N}_q^e = \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^{4n}}{[2n]! [2n + \underline{q}]!} \right)^{-1/2}, \quad \mathcal{N}_q^o = \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^{4n+2}}{[2n+1]! [2n + \underline{q} + 1]!} \right)^{-1/2}. \quad (4)$$

Một số tính chất phi cổ điển **bậc nhất** của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ đã được khảo sát trong [12], **tuy nhiên một số tính chất phi cổ điển bậc cao đối với trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ chưa được đề cập đến**. Do đó, trong bài báo này, chúng tôi tập trung nghiên cứu tính nén tổng, nén hiệu hai mode và tính chất phân kết chùm bậc cao đơn mode của trạng thái này. Tính chất nén tổng và nén hiệu hai mode được khảo sát trong phần 2. Phần 3 trình bày tính chất phân kết chùm bậc cao đơn mode. Phần kết luận là kết quả tóm tắt chính của bài báo.

2 NÉN TỔNG VÀ NÉN HIỆU

2.1 Nén tổng

Nén tổng là một đặc tính đa mode của một trạng thái phi cổ điển [13, 14]. Cho hai mode a và b bất kỳ, nén tổng liên quan đến toán tử biên độ trực giao hai mode \hat{V}_ϕ có dạng

$$\hat{V}_\phi = \frac{1}{2} \left(e^{i\phi} \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q^\dagger + e^{-i\phi} \hat{a}_q \hat{b}_q \right), \quad (5)$$

trong đó ϕ là góc pha xác định hướng nén. Một trạng thái hai mode được gọi là nén tổng nếu thỏa mãn bất đẳng thức

$$\langle (\Delta \hat{V}_\phi)^2 \rangle < \frac{1}{4} \langle \hat{a}_q \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q \hat{b}_q^\dagger - \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_q \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle, \quad (6)$$

trong đó $\langle (\Delta \hat{V}_\phi)^2 \rangle = \langle \hat{V}_\phi^2 \rangle - \langle \hat{V}_\phi \rangle^2$. Từ bất đẳng thức (6), ta có thể định nghĩa cấp độ nén tổng S bằng cách đặt

$$S = \frac{4 \langle (\Delta \hat{V}_\phi)^2 \rangle - \langle \hat{a}_q \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q \hat{b}_q^\dagger - \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_q \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle}{\langle \hat{a}_q \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q \hat{b}_q^\dagger - \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_q \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle}. \quad (7)$$

Để thỏa mãn bất đẳng thức (6) thì tham số nén tổng $S < 0$. Điều đó cho thấy rằng quá trình nén tổng chỉ xuất hiện nếu $S < 0$. Phương trình (7) cho giá trị nhỏ nhất của S bằng -1 . Do đó, $S = -1$ là cấp độ nén tổng cao nhất. Thay V_ϕ trong phương trình (5) vào phương trình (7), ta có cấp độ nén tổng hai của trạng thái kết hợp điện tích chẵn (lẻ) $S_{e(o)}$ được viết dưới dạng

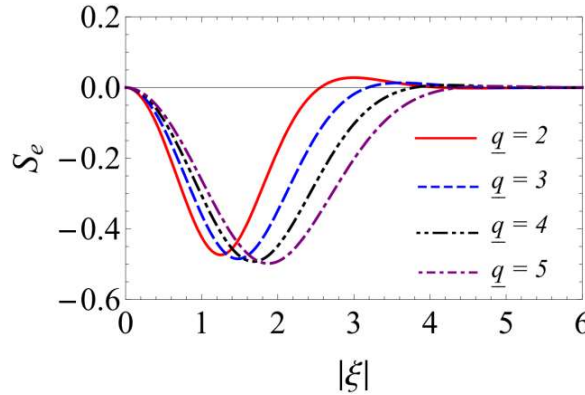
$$S_{e(o)} = \Re \left[\frac{e^{2i\phi} \langle \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q^{\dagger 2} \rangle_{e(o)} + e^{-2i\phi} \langle \hat{a}_q^2 \hat{b}_q^2 \rangle_{e(o)} + 2 \langle \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_q \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle_{e(o)}}{e(o) \langle \hat{a}_q \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q \hat{b}_q^\dagger - \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_q \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle_{e(o)}} \right] - \Re \left[\frac{\{ e^{i\phi} \langle \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q^\dagger \rangle_{e(o)} + e^{-i\phi} \langle \hat{a}_q \hat{b}_q \rangle_{e(o)} \}^2}{e(o) \langle \hat{a}_q \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q \hat{b}_q^\dagger - \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_q \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle_{e(o)}} \right], \quad (8)$$

trong đó $\Re(z)$ là phần thực của số phức z . Tính các giá trị trung bình lượng tử trong (8), ta thu được cấp độ nén tổng của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn

$$S_e = \frac{2|\xi|^2 \cos(2(\phi - \varphi)) + 2(\mathcal{N}_q^e)^2 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+4}}{[2n+1]![2n+q+1]!} \right)}{(\mathcal{N}_q^e)^2 \left(\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n} [2n+1][2n+q+1]}{[2n]![2n+q]!} \right) - \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+4}}{[2n+1]![2n+q+1]!} \right) \right)}. \quad (9)$$

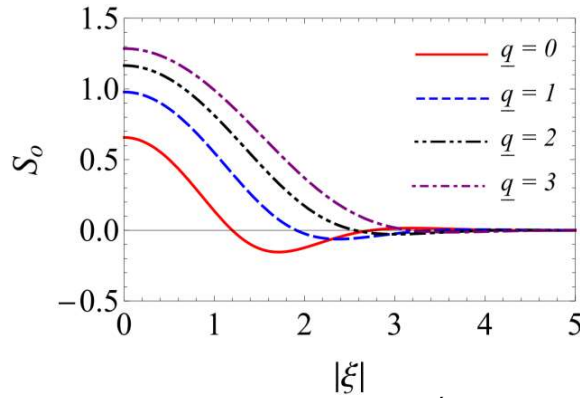
và cấp độ nén tổng của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng lẻ

$$S_o = \frac{2|\xi|^2 \cos(2(\phi - \varphi)) + 2(\mathcal{N}_q^o)^2 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2}}{[2n]![2n+q]!} \right)}{(\mathcal{N}_q^o)^2 \left(\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2} [2n+2][2n+q+2]}{[2n+1]![2n+q+1]!} \right) - \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2}}{[2n]![2n+q]!} \right) \right)}. \quad (10)$$

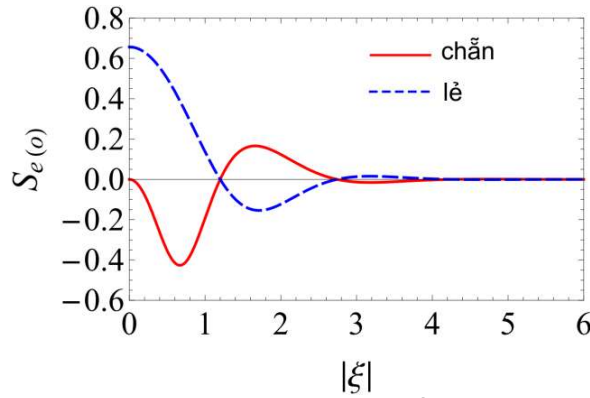


Hình 1. Sự phụ thuộc của S_e vào $|\xi|$ trong trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn với $q = 2, 3, 4, 5$ và $\cos[2(\varphi - \phi)] = -1$.

Chúng tôi nghiên cứu cấp độ nén tổng của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ dựa vào các phương trình (9), (10). Hình 1 biểu diễn sự phụ thuộc của cấp độ nén tổng S_e vào $|\xi|$ trong trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn, khi chọn $q = 2, 3, 4, 5$ và $\cos[2(\varphi - \phi)] = -1$. Hình 1 cho thấy rằng, nén tổng tồn tại trong giới hạn $|\xi|$ bé. Cấp độ nén tổng cực đại tăng tỉ lệ thuận với giá trị điện tích q . Khi $|\xi|$ tiếp tục tăng đến giá trị đủ lớn thì $S_e = 0$ với giá trị q bất kỳ.



Hình 2. Sự phụ thuộc của S_o vào $|\xi|$ trong trạng thái kết hợp điện tích biến dạng lẻ với $\underline{q} = 0, 1, 2, 3$ và $\cos[2(\varphi - \phi)] = -1$.



Hình 3. Sự phụ thuộc của $S_{e(o)}$ vào $|\xi|$ trong trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn (lẻ) với $\underline{q} = 0$ và $\cos[2(\varphi - \phi)] = -1$.

Hình 2 biểu diễn sự phụ thuộc của cấp độ nén tổng S_o vào $|\xi|$ cho trạng thái kết hợp điện tích biến dạng lẻ, khi chọn $\underline{q} = 0, 1, 2, 3$ và $\cos[2(\varphi - \phi)] = -1$. Hình 2 cho thấy rằng, cấp độ nén tổng trong trường hợp này rất nhỏ và chỉ tồn tại trong một khoảng giá trị bé của $|\xi|$. Số điện tích \underline{q} càng lớn thì cấp độ nén tổng S_o cực đại càng giảm và không có nén tổng khi \underline{q} đủ lớn. Quan sát hình 3, chúng tôi thấy rằng, khi $|\xi|$ chưa đủ lớn thì đồ thị S_e và S_o giao nhau tại 3 điểm. Trong khoảng giữa các điểm này, nếu nén tổng của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn tồn tại thì không có nén tổng của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng lẻ, và ngược lại. Không tồn tại nén tổng của cả hai trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ khi giá trị $|\xi|$ đủ lớn. Qua nhiều đồ thị khảo sát cho thấy rằng S_e tăng khi \underline{q} càng lớn. Ngược lại, cấp độ nén tổng S_o giảm khi \underline{q} càng lớn. Nếu chọn \underline{q} đủ lớn thì chỉ có nén tổng của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn, mà không có nén tổng của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng lẻ.

2.2 Nén hiệu

Nén hiệu cũng là quá trình nén đa mode đã được giới thiệu [13, 14]. Toán tử nén hiệu của trạng thái hai mode được định nghĩa là

$$\hat{W}_\phi = \frac{1}{2} \left(e^{i\phi} \hat{a}_q \hat{b}_q^\dagger + e^{-i\phi} \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q \right), \quad (11)$$

trong đó ϕ là góc pha xác định hướng nén. Một trạng thái được gọi là nén hiệu theo góc ϕ nếu

$$\langle (\Delta \hat{W}_\phi)^2 \rangle < \frac{1}{4} \langle \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_q \hat{b}_q \hat{b}_q^\dagger - \hat{a}_q \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle, \quad (12)$$

trong đó $\langle (\Delta \hat{W}_\phi)^2 \rangle = \langle \hat{W}_\phi^2 \rangle - \langle \hat{W}_\phi \rangle^2$. Từ bất đẳng thức (12), ta có thể định nghĩa cấp độ nén hiệu hai mode D bằng cách đặt

$$D = \frac{4\langle (\Delta \hat{W}_\phi)^2 \rangle - \langle \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_q \hat{b}_q \hat{b}_q^\dagger - \hat{a}_q \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle}{\langle \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_q \hat{b}_q \hat{b}_q^\dagger - \hat{a}_q \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle}. \quad (13)$$

Để thỏa mãn bất đẳng thức (12) thì tham số nén hiệu $D < 0$ và một trạng thái có nén hiệu hai mode nếu $-1 \leq D < 0$. Thay \hat{W}_ϕ ở phương trình (11) vào phương trình (13), khi đó cấp độ nén hiệu của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn (lẻ) $D_{e(o)}$ được viết dưới dạng

$$D_{e(o)} = \Re \left[\frac{{}_{e(o)}\langle (e^{i\phi} \hat{a}_q \hat{b}_q^\dagger)^2 + (e^{-i\phi} \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q)^2 + 2\hat{a}_q \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle_{e(o)}}{{}_{e(o)}\langle \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_q \hat{b}_q \hat{b}_q^\dagger - \hat{a}_q \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle_{e(o)}} \right] - \Re \left[\frac{\left\{ {}_{e(o)}\langle e^{i\phi} \hat{a}_q \hat{b}_q^\dagger \rangle_{e(o)} + {}_{e(o)}\langle e^{-i\phi} \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle_{e(o)} \right\}^2}{{}_{e(o)}\langle \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_q \hat{b}_q \hat{b}_q^\dagger - \hat{a}_q \hat{a}_q^\dagger \hat{b}_q^\dagger \hat{b}_q \rangle_{e(o)}} \right]. \quad (14)$$

Tính các giá trị trung bình lượng tử trong (14), ta thu được cấp độ nén hiệu của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn

$$D_e = \frac{2 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n} [2n][2n+q+1]}{[2n]![2n+q]!} \right)}{\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n} [2n+1][2n+q]}{[2n]![2n+q]!} \right) - \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n} [2n][2n+q+1]}{[2n]![2n+q]!} \right)}, \quad (15)$$

và cấp độ nén hiệu của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng lẻ là

$$D_o = \frac{2 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2} [2n+1][2n+q+2]}{[2n+1]![2n+q+1]!} \right)}{\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2} [2n+2][2n+q+1]}{[2n+1]![2n+q+1]!} \right) - \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2} [2n+1][2n+q+2]}{[2n+1]![2n+q+1]!} \right)}. \quad (16)$$

Về trái của công thức (15) và (16) tính cấp độ nén hiệu của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ luôn dương, vì vậy đối với trạng thái này không tồn tại nén hiệu.

3 TÍNH PHẦN KẾT CHÙM BẬC CAO ĐƠN MODE

Tính phần kết chùm bậc cao đã được đưa ra bởi Lee [15] và được áp dụng để khảo sát một số trạng thái phi cổ điển [4, 6]. Theo Lee, tiêu chuẩn để tồn tại tính phần kết chùm bậc cao đơn mode được định nghĩa bằng hệ số phần kết chùm $A_x(l, m)$ và thỏa mãn bất đẳng thức

$$A_x(l, m) \equiv \frac{\langle [\hat{N}_x^{(l+1)}] \rangle \langle [\hat{N}_x^{(m-1)}] \rangle}{\langle [\hat{N}_x^{(l)}] \rangle \langle [\hat{N}_x^{(m)}] \rangle} - 1 < 0, \quad (17)$$

trong đó toán tử số $[\hat{N}_x] = [\hat{x}_q^\dagger \hat{x}_q]$ với $x = a, (b)$, và $\langle [\hat{N}_x^{(i)}] \rangle = \langle [\hat{N}]_x (\hat{N}_x - 1) \dots (\hat{N}_x - i + 1) \rangle$ là mômen giai thừa bậc i của toán tử số hạt mode \hat{x} , $\langle \dots \rangle$ là ký hiệu trung bình lượng tử. Các số nguyên l và m thỏa mãn điều kiện $l \geq m \geq 1$. Tính phần kết chùm bậc thấp tương ứng với $l = m = 1$. Để đơn giản, chúng ta xét trường hợp $l \geq m = 1$, từ đó (17) rút gọn thành

$$A_x(l) \equiv \frac{\langle [\hat{N}_x^{(l+1)}] \rangle}{\langle [\hat{N}_x^{(l)}] \rangle \langle [\hat{N}_x] \rangle} - 1 < 0. \quad (18)$$

Sử dụng (18) và tính các giá trị trung bình lượng tử của $\langle [\hat{N}_x^{(l+1)}] \rangle$, $\langle [\hat{N}_x^{(l)}] \rangle$ và $\langle [\hat{N}_x] \rangle$, ta thu được dạng tường minh của hệ số phân kết chùm bậc cao đơn mode với l bất kỳ của các trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn

$$A_a^e(l) = \frac{\sum_{n=\text{Max}\left(0, \frac{l+q}{2}\right)}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n}}{[2n]![2n+q-l-1]!}}{\left(\mathcal{N}_q^e\right)^2 \left(\sum_{n=\text{Max}\left(0, \frac{l-q}{2}\right)}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n}}{[2n]![2n+q-l]!} \right) \left(\sum_{n=\text{Max}\left(0, \frac{l-q}{2}\right)}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n}}{[2n]![2n+q-1]!} \right)} - 1, \quad (19)$$

và của các trạng thái kết hợp điện tích biến dạng lẻ

$$A_a^o(l) = \frac{\sum_{n=\text{Max}\left(0, \frac{l-q}{2}\right)}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2}}{[2n+1]![2n+q-l]!}}{\left(\mathcal{N}_q^o\right)^2 \left(\sum_{n=\text{Max}\left(0, \frac{l-q}{2}\right)}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2}}{[2n+1]![2n+q+1-l]!} \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2}}{[2n+1]![2n+q]!} \right)} - 1. \quad (20)$$

Khảo sát tính phân kết chùm bậc cao đơn mode cho mode b của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn, nếu l là lẻ, ta có

$$A_b^e(l) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2l+2}}{[2n]![2n+q+l+1]!}}{\left(\mathcal{N}_q^e\right)^2 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2l+2}}{[2n+1]![2n+q+l+1]!} \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+4}}{[2n+1]![2n+q+2]!} \right)} - 1, \quad (21)$$

và trong trường hợp nếu l chẵn thì

$$A_b^e(l) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2l+4}}{[2n+1]![2n+q+l+2]!}}{\left(\mathcal{N}_q^e\right)^2 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2l}}{[2n]![2n+q+l]!} \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+4}}{[2n+1]![2n+q+2]!} \right)} - 1, \quad (22)$$

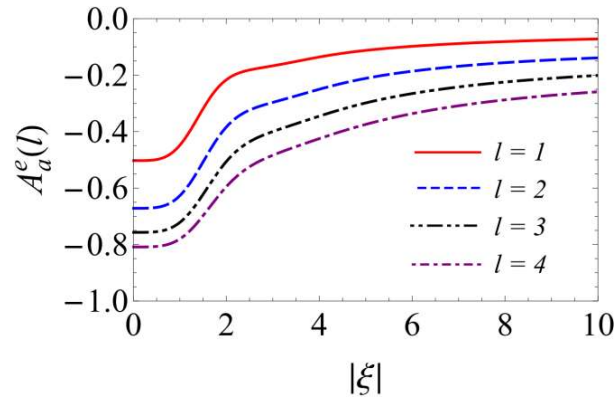
Trong trạng thái kết hợp điện tích biến dạng lẻ, nếu l chẵn thì

$$A_b^o(l) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2l+2}}{[2n]![2n+q+l+1]!}}{\left(\mathcal{N}_q^o\right)^2 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2l+2}}{[2n+1]![2n+q+1+l]!} \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2}}{[2n]![2n+q+1]!} \right)} - 1, \quad (23)$$

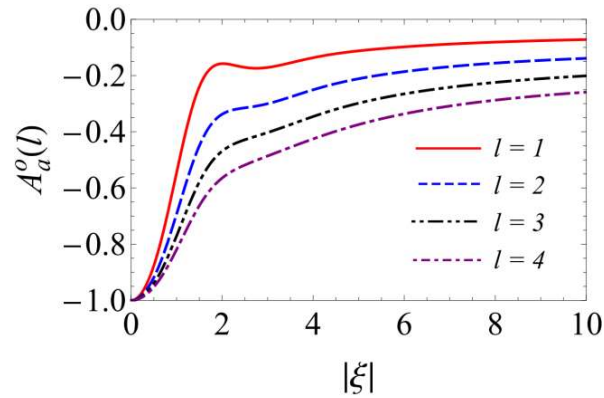
và nếu l lẻ thì

$$A_b^o(l) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2l+4}}{[2n+1]![2n+q+l+2]!}}{\left(\mathcal{N}_q^o\right)^2 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2l}}{[2n]![2n+q+l]!} \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\xi|^{4n+2}}{[2n]![2n+q+1]!} \right)} - 1, \quad (24)$$

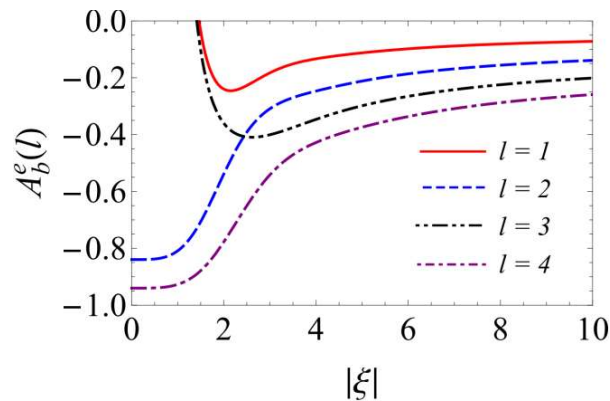
KHẢO SÁT MỘT SỐ TÍNH CHẤT PHI CỠ ĐIỆN CỦA TRẠNG THÁI
KẾT HỢP ĐIỆN TÍCH BIẾN DẠNG CHẴN VÀ LẼ



Hình 4. Sự phụ thuộc của $A_a^e(l)$ vào $|\xi|$ trong các trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn với $q=0$ và $l=1, 2, 3, 4$.



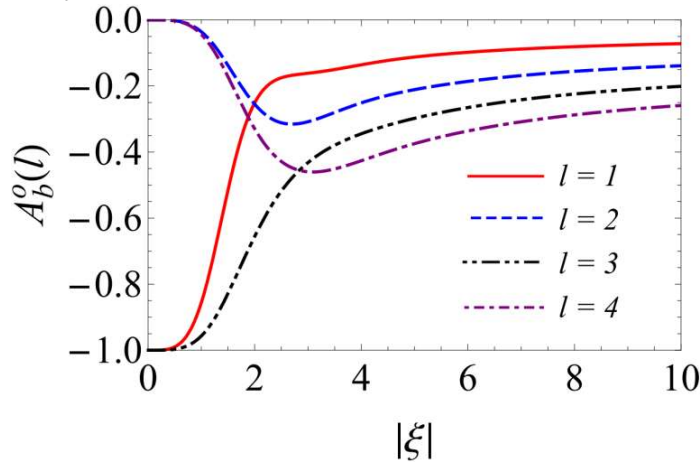
Hình 5. Sự phụ thuộc của $A_a^o(l)$ vào $|\xi|$ trong các trạng thái kết hợp điện tích biến dạng lẻ với $q=0$ và $l=1, 2, 3, 4$.



Hình 6. Sự phụ thuộc của $A_b^e(l)$ vào $|\xi|$ trong các trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn với $q=0$ và $l=1, 2, 3, 4$.

Dựa vào các phương trình (19 – 24), chúng tôi khảo sát tính chất phân kết chùm bậc cao đơn mode của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ. Hình 4 cho thấy cấp độ phân kết chùm $A_a^e(l)$ tương ứng với các giá trị $l=1, 2, 3, 4$ đạt cực đại khi $|\xi|=0$, cấp độ $A_a^e(l)$ sẽ giảm dần khi $|\xi|$ tăng. Xét trường hợp l có giá trị lẻ, cấp độ phân kết chùm $A_a^e(l)$ sẽ dương khi $|\xi|$ đủ lớn. Trường hợp l có giá trị chẵn thì

$A_a^e(l)$ sẽ giảm khi $|\xi|$ tăng và $A_a^e(l)$ sẽ tăng trở lại đến giá trị gần bảo hòa khi $|\xi|$ đủ lớn. Hình 5 cho thấy cấp độ phân kết chùm $A_a^o(l)$ tương ứng với các giá trị $l=1,2,3,4$ đạt cực đại bằng -1 khi $|\xi|=0$, cấp độ $A_a^o(l)$ sẽ giảm dần khi $|\xi|$ tăng đến khoảng giá trị tới hạn. Trong trường hợp l có giá trị chẵn và $|\xi|$ tiếp tục tăng thì cấp độ phân kết chùm $A_a^o(l)$ sẽ dương. Trường hợp l có giá trị lẻ thì $A_a^o(l)$ sẽ tăng trở lại khi $|\xi|$ tăng và đạt giá trị cực đại bằng -1. Khảo sát cấp độ phân kết chùm $A_b^e(l)$ tương ứng với các giá trị l khác nhau, cụ thể như hình 6 cho thấy, khi $|\xi|=0$ và l chẵn thì $A_b^e(l)$ có cấp độ âm lớn gần với giá trị cực đại, trong khi đó với l lẻ thì $A_b^e(l)$ sẽ có cấp độ dương. Khi $|\xi|$ tiếp tục tăng thì cấp độ phân kết chùm $A_b^e(l)$ sẽ giảm mạnh và gần bằng 0 với các giá trị l bé. Trường hợp $|\xi|$ tăng đến giá trị tới hạn thì cấp độ $A_b^e(l)$ sẽ tăng nhanh trở lại và sẽ đạt đến giá trị cực đại xấp xỉ bằng -1 nếu l lẻ. Cấp độ phân kết chùm $A_b^o(l)$ phụ thuộc vào $|\xi|$ được biểu diễn ở hình 7 cho thấy, khi $|\xi|=0$, l có giá trị lẻ đạt cực đại bằng -1, trong khi đó nếu l là chẵn thì $A_b^o(l)$ có giá trị bằng 0. Trong khoảng $|\xi|$ còn nhỏ, gần giá trị $|\xi|=0$ thì cấp độ phân kết chùm $A_b^o(l)$ tăng nếu l là lẻ và ngược lại. Khi giá trị $|\xi|$ tiếp tục tăng thì cấp độ $A_b^o(l)$ giảm mạnh và $A_b^o(l) \geq 0$ khi $|\xi|$ tăng đến giá trị tới hạn.



Hình 7. Sự phụ thuộc của $A_b^o(l)$ vào $|\xi|$ trong các trạng thái kết hợp điện tích biến dạng lẻ với $q=0$ và $l=1, 2, 3, 4$.

4 KẾT LUẬN

Chúng tôi đã khảo sát các tính chất nén tổng, nén hiệu và tính phân kết chùm bậc cao đơn mode của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ. Quá trình khảo sát các hình vẽ cho thấy các tính chất này có thể cùng xuất hiện trong các trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ tương ứng với các tham số được chọn. Khảo sát cho thấy tồn tại nén tổng nhưng không có nén hiệu trong các trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ. Xét cấp độ nén tổng lúc giá trị của $|\xi|$ còn bé, chúng tôi nhận thấy khi số điện tích q tăng thì cấp độ nén tổng hai mode S_e cực đại tăng, S_o cực đại giảm. Trong một khoảng $|\xi|$ xác định, với số điện tích q bé, nếu xuất hiện nén tổng trong trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn thì không có nén tổng trong trạng thái kết hợp điện tích biến dạng lẻ. Trường hợp q đủ lớn thì chỉ có nén tổng của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn. Khảo sát tính phân kết chùm bậc cao đơn mode của các trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ, chúng tôi thấy khi miền giá trị $|\xi|$ phù hợp với $q=0$ thì tính phân kết chùm bậc cao đơn mode luôn tồn tại với bất kỳ giá trị nào của l . Cấp độ phân kết chùm bậc cao đơn mode càng lớn khi l tăng. Cấp độ phân kết chùm bậc cao đơn mode của trạng thái kết hợp điện tích biến dạng chẵn và lẻ lớn nhất bằng -1, và nhỏ nhất bằng 0.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số 103.01-2018.05.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] B. C. Sanders, Review of entangled coherent states, *J. Phys. A: Math. Theor.*, vol. 45, no. 24, pp. 244002-1 – 244002-15, 2012.
- [2] R. J. Glauber, Coherent and incoherent states of the radiation field, *Phys. Rev.*, vol. 131, no. 6, pp. 2766-2788, 1963.
- [3] C. T. Lee, Many-photon antibunching in generalized pair coherent states, *Phys. Rev. A*, vol. 41, no. 3, pp. 1569-1575, 1990.
- [4] N. B. An, Multimode higher-order antibunching and squeezing in trio coherent states, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, vol. 4, no. 3, pp. 222-227, 2002.
- [5] A. Zavatta, S. Viciani, and M. Bellini, Quantum-to-classical transition with single-photon-added coherent states of light, *science*, vol. 306, no. 5696, pp. 660-662, 2004.
- [6] A. Zavatta, S. Viciani, and M. Bellini, Single-photon excitation of a coherent state: catching the elementary step of stimulated light emission, *Phys. Rev. A*, vol. 72, no. 2, pp. 023820-1 – 023820-9, 2005.
- [7] G. S. Agarwal, Generation of pair coherent states and squeezing via the competition of four-wave mixing and amplified spontaneous emission, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 57, no. 7, pp. 827-830, 1986.
- [8] C. C. Gerry, J. Mimih, and R. Birrittella, State-projective scheme for generating pair coherent states in traveling-wave optical fields, *Phys. Rev. A*, vol. 84, no. 2, pp. 023810-1 – 023810-5, 2011.
- [9] T. M. Duc, and J. Noh, Higher-order properties of photon-added coherent states, *Opt. Commun.*, vol. 281, no. 10, pp. 2842-2848, 2008.
- [10] M. Hamar, V. Michálek, and A. Pathak, Non-classical Signature of Parametric Fluorescence and its Application in Metrology, *Measurement Science Review*, vol. 14, no. 4, pp. 227-236, 2014.
- [11] D. Bhaumik, K. Bhaumik, and B. Dutta-Roy, Charged bosons and the coherent state, *J. Phys. A: Math. Gen.*, vol. 9, no. 9, pp. 1507-1512, 1976.
- [12] X. M. Liu, and C. Quesne, Even and odd q-deformed charge coherent states and their nonclassical properties, *Physics Letters A*, vol. 317, no. 3-4, pp. 210-222, 2003.
- [13] M. Hillery, Sum and difference squeezing of the electromagnetic field, *Phys. Rev. A*, vol. 40, no. 6, pp. 3147-3155, 1989.
- [14] D. M. Truong, H. T. X. Nguyen, and A. B. Nguyen, Sum Squeezing, Difference Squeezing, Higher-Order Antibunching and Entanglement of Two-Mode Photon-Added Displaced Squeezed States, *Int. J. Theor. Phys.*, vol. 53, no. 3, pp. 899-910, 2014.
- [15] C. T. Lee, Higher-order criteria for nonclassical effects in photon statistics, *Phys. Rev. A*, vol. 41, no. 3, pp. 1721-1723, 1990.

Ngày nhận bài: 14/06/2019

Ngày chấp nhận đăng: 20/12/2019