

TỐC ĐỘ RÃ TỰ PHÁT VÀ ĐỘ DỊCH MỨC NĂNG LƯỢNG CỦA MỘT NGUYÊN TỬ HAI MỨC KHI CÓ MẶT KHỐI TRỤ VẬT CHẤT NHIỀU LỚP

TRẦN MINH HIẾN

*Khoa Công nghệ Cơ khí, Trường Đại học Công nghiệp Tp. Hồ Chí Minh,
tranminhhien@iuh.edu.vn*

Tóm tắt. Chúng tôi khảo sát tốc độ rã tự phát của một nguyên tử hai mức bị kích thích được đặt trên trục đối xứng của một khối trụ điện môi phân lớp. Ba cấu hình được xem xét: khối trụ ba lớp và bốn lớp được tạo nên bởi chất điện môi dạng Drude-Lorentz, dạng vùng cấm-Lorentz, và dạng gương phản xạ Bragg. Kết quả cho thấy, nếu tần số chuyển mức nguyên tử, rơi vào vùng cấm của môi trường tạo nên các lớp của khối trụ, nguyên tử có thể bị giữ ở trạng thái kích thích. Bên cạnh đó, tốc độ rã được tăng cường rất mạnh ở vùng tần số về phía hai bên của vùng cấm. Dịch chuyển Lamb cũng được xem xét trong bài báo này.

SPONTANEOUS DECAY RATE AND LEVEL SHIFT OF A TWO-LEVEL ATOM IN THE PRESENCE OF A MULTILAYERED-CYLINDRICAL WAVEGUIDE

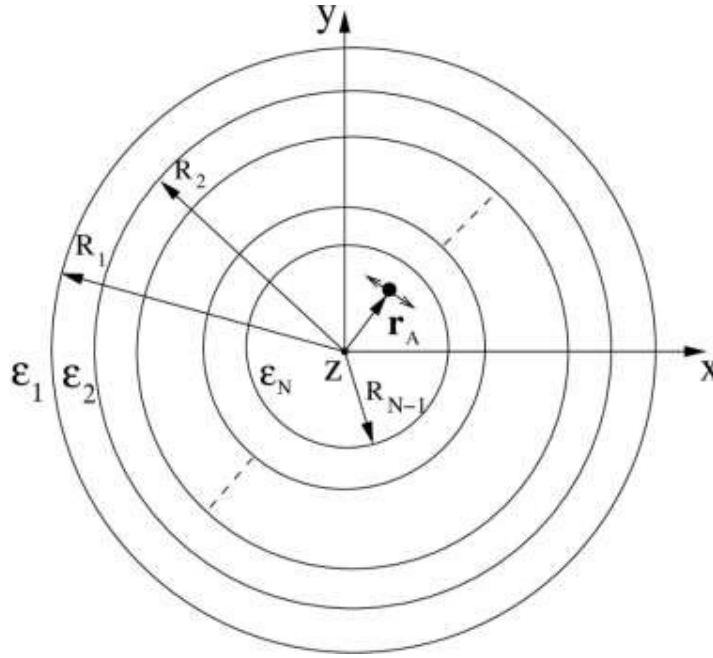
Abstract. We consider the spontaneous decay rate of a two-level excited atom positioned on axis of a multilayered-cylindrical waveguide. Three types of configuration are studied including a three-layer and a four-layer Drude-Lorentz type, Lorentz-bandgap type, and a Bragg-distributed mirror type. It is shown that if the atomic transition frequency falls within the bandgap of the medium filling the wall of the resonator, the atom can be trapped in the excited state. Besides, the decay rate is strongly enhanced near the edge of the bandgap. The Lamb shift is also considered.

Keywords. Bragg-distributed mirror, Cylindrical waveguide, Lamb shift, Spontaneous decay.

1 MỞ ĐẦU

Phát xạ tự phát là quá trình một nguồn như nguyên tử, phân tử, tinh thể nano hoặc ion ở trạng thái kích thích chuyển về mức năng lượng thấp hơn và phát ra một photon. Nếu mức kích thích có năng lượng E_2 và mức thấp hơn có năng lượng E_1 thì photon phát ra sẽ có tần số ω và năng lượng tương ứng là $\hbar\omega$. Phát xạ tự phát là một quá trình cơ bản trong nhiều ứng dụng công nghệ như: ống huỳnh quang, màn hình TV (ống tia cathode), màn hình plasma, laser, kính hiển vi quét trường gần hay các khóa lượng tử Bằng cách thay đổi hình học và tính chất của môi trường vật chất bao quanh người ta có thể điều khiển tốc độ phát, thời điểm phát và hướng phát photon như mong muốn [1]. Đặt nguồn vào những môi trường thích hợp khác nhau cho ta những ứng dụng quan trọng trong quang học và quang điện tử. Ví dụ như các nguồn phát đơn photon, là loại nguồn sử dụng trong mã hóa lượng tử. Chỉ nguồn phát đơn photon mới cho phép độ bảo mật cao nhất vì trong quá trình phát xạ, mỗi lần chỉ một photon xuất hiện. Ngoài ra ta cũng có thể điều khiển khoảng cách thời gian giữa hai lần phát liên tiếp cũng như chọn tần số của photon. Từ năm 1946 với công trình đầu tiên của Purcell [2], người ta đã biết tốc độ phân rã trạng thái và dịch chuyển mức năng lượng của một hệ phân tử có thể thay đổi khi ta đặt nó trong một môi trường phù hợp. Như đã biết, quá trình rã tự phát đóng vai trò rất quan trọng trong các thiết bị quang tử. Người ta có thể điều khiển quá trình này bằng cách điều chỉnh môi trường xung quanh nguồn phát xạ. Các thuộc tính của quá trình rã có thể tìm hiểu thông qua khảo sát hàm Green [3, 4]. Các cấu trúc đối xứng trụ xuất hiện trong các nghiên cứu gần đây về atom chips [5], tốc độ rã tự phát và dịch chuyển mức [1, 6 – 12], năng lượng điểm không [13], tương tác Casimir-Polder [14 – 16] và sự truyền năng lượng cộng hưởng giữa các phân tử [17]. Trong các công trình này, hệ trụ được giả sử dài vô hạn. Bài toán tốc độ rã tự phát của nguyên tử đặt gần khối trụ hai lớp cũng đã được xem xét [18]. Ở đây chúng tôi sẽ xem xét bài toán về tốc

độ rã và sự dịch mức năng lượng của nguyên tử hai mức khi đặt bên trong khối trụ có cấu trúc nhiều lớp dài vô hạn. Hệ 3 lớp và 4 lớp cũng được xem xét.



Hình 1: Mô hình khối trụ nhiều lớp

2 CÁC PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN

Phát xạ tự phát là một ví dụ thể hiện rõ tác động của trạng thái chân không của trường điện từ lên các quá trình vật lý có thể đo được. Einstein đã chỉ ra rằng, để thu được định luật bức xạ Planck, lý thuyết về trạng thái của nguyên tử nhất thiết phải bao gồm cả quá trình phát xạ tự phát [19]. Các tính chất của hiện tượng bức xạ của một nguyên tử bị kích thích trong chân không đã được nghiên cứu một cách rộng rãi và tốc độ rã tự phát của một nguyên tử (hai mức) bị kích thích được cho bởi biểu thức

$$\Gamma_0 = \frac{\omega_A^3 d_A^2}{3\pi\hbar\epsilon_0 c^3}, \quad (1)$$

trong đó $\omega_A = \omega - \Delta\omega$ là tần số chuyển mức đã bị dịch đi một lượng $\Delta\omega$, với $\Delta\omega$ là dịch chuyển Lamb. d_A là độ lớn của phần tử ma trận $\vec{d}_A = \langle l | \hat{\vec{d}}_A | u \rangle = \langle u | \hat{\vec{d}}_A | l \rangle$ của toán tử mô men lưỡng cực nguyên tử $\hat{\vec{d}}_A$ giữa trạng thái trên $|u\rangle$ và trạng thái dưới $|l\rangle$ và ω_A là tần số chuyển mức nguyên tử tương ứng. Khi nguyên tử được bao quanh bởi chất điện môi, mật độ trạng thái của trường điện từ thay đổi và biểu thức của tốc độ rã phải được hiệu chỉnh [20 – 33].

Ten xơ Green cổ điển của vật chất tán sắc và hấp thụ bất kỳ thỏa phương trình sau [34]

$$\hat{H}\vec{G}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \delta(\vec{r} - \vec{r}')\vec{I}, \quad (2)$$

$$\hat{H}(\vec{r}) \equiv \vec{\nabla} \times \frac{1}{\mu(\vec{r}, \omega)} \vec{\nabla} \times - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\vec{r}, \omega). \quad (3)$$

Hệ được xem xét chứa một nguyên tử hai mức ở trạng thái kích thích bị bao quanh bởi môi trường vĩ mô, có thể là môi trường hấp thụ và tán sắc. Trong các phép gần đúng lưỡng cực điện và gần đúng sóng quay, tốc độ rã của nguyên tử cho bởi

$$\Gamma = \frac{2\omega_A'^2}{\hbar\epsilon_0 c^2} \vec{d}_A \cdot \text{Im} \vec{G}(\vec{r}_A, \vec{r}_A, \omega_A') \cdot \vec{d}_A. \quad (4)$$

Môi trường vật chất tạo nên khối trụ được giả sử có dạng Drude-Lorentz phụ thuộc tần số, xác định bởi

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}, \quad (5)$$

ở đây tần số plasma ω_p đặc trưng cho cường độ tương tác giữa môi trường phân cực và trường điện từ, ω_T và γ lần lượt là vị trí và độ rộng của cộng hưởng môi trường. Vì môi trường bao quanh buồng cộng hưởng sẽ gần như được giữ giống nhau trong cả ba mô hình được xem xét, tất cả các tần số và độ dài có thể được chuẩn theo ω_T và $\lambda_T = 2\pi c / \omega_T$. Khối trụ phân lớp được giả thiết có độ dày các lớp bằng độ dày quang học, bằng 1/4 bước sóng,

$$d_j = \frac{\lambda_0}{4 \text{Re} \sqrt{\epsilon_j(\omega_0) \mu_j(\omega_0)}}, \quad (6)$$

ω_0 là tâm của vùng cấm tần số, $\lambda_0 = 2\pi c / \omega_0$, với ω_0 là tần số ở tâm vùng cấm.

2.1 Hàm Green cho khối trụ vô hạn

Hàm Green cho hệ trụ trải dài tới vô hạn và có N lớp đã được rút ra một cách tổng quát [35]. Ở đây chúng tôi sẽ viết hàm Green ở dạng tường minh để chuẩn bị cho các bước tính toán số tiếp theo. Giả sử điểm nguồn được đặt ở lớp s ($s=1,2,\dots,N$) và điểm trường được đặt ở lớp f ($f=1,2,\dots,N$), hàm Green cho khối trụ nhiều lớp thỏa những điều kiện biên sau đây

$$\hat{\mathbf{r}} \times G^{fs} = \hat{\mathbf{r}} \times G^{(f+1)s}, \quad (7)$$

$$\frac{1}{\mu_f} \hat{\mathbf{r}} \times \nabla \times G^{fs} = \frac{1}{\mu_{f+1}} \hat{\mathbf{r}} \times G^{(f+1)s}. \quad (8)$$

Để tìm được dạng của hàm Green G^{fs} chúng ta sử dụng phương pháp tổ hợp các sóng. Hàm Green được tách thành hai phần gồm hàm Green không biên (hệ vật chất đồng nhất chiều không gian) G_{0e} và hàm Green tán xạ G_{es}^{fs} .

$$G^{fs}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = G_{0e}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \delta_f^s + G_{es}^{fs}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \quad (9)$$

Hàm Green không biên G_{0e} có dạng

$$G_{0e}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{\hat{\mathbf{r}}\hat{\mathbf{r}}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{k_s^2} + \frac{i}{8\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dh \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2-\delta_n^0)}{\eta_s^2} \times \begin{cases} \mathbf{M}_{e\eta_s}^{(1)}(h) \mathbf{M}_{e\eta_s}'(-h) + \mathbf{N}_{e\eta_s}^{(1)}(h) \mathbf{N}_{e\eta_s}'(-h) & r > r' \\ \mathbf{M}_{e\eta_s}(h) \mathbf{M}_{e\eta_s}'^{(1)}(-h) + \mathbf{N}_{e\eta_s}(h) \mathbf{N}_{e\eta_s}'^{(1)}(-h) & r < r'. \end{cases} \quad (10)$$

Thành phần mô tả tán xạ do sự có mặt của hệ trụ có dạng

$$\begin{aligned}
 G_{es}^{fs}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = & \frac{i}{8\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dh \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2 - \delta_n^0)}{\eta_s^2} \\
 & \left\{ (1 - \delta_f^N) \mathbf{M}_{e\eta_f}^{(1)}(h) \left[(1 - \delta_s^1) C_{1H}^{fs} \mathbf{M}'_{e\eta_s}(-h) + (1 - \delta_s^N) C'_{1H}{}^{fs} \mathbf{M}_{e\eta_s}^{'(1)}(-h) \right] \right. \\
 & + (1 - \delta_f^N) \mathbf{N}_{e\eta_f}^{(1)}(h) \left[(1 - \delta_s^1) C_{1V}^{fs} \mathbf{N}'_{e\eta_s}(-h) + (1 - \delta_s^N) C'_{1V}{}^{fs} \mathbf{N}_{e\eta_s}^{'(1)}(-h) \right] \\
 & + (1 - \delta_f^N) \mathbf{N}_{e\eta_f}^{(1)}(h) \left[(1 - \delta_s^1) C_{2H}^{fs} \mathbf{M}'_{e\eta_s}(-h) + (1 - \delta_s^N) C'_{2H}{}^{fs} \mathbf{M}_{e\eta_s}^{'(1)}(-h) \right] \\
 & + (1 - \delta_f^N) \mathbf{M}_{e\eta_f}^{(1)}(h) \left[(1 - \delta_s^1) C_{2V}^{fs} \mathbf{N}'_{e\eta_s}(-h) + (1 - \delta_s^N) C'_{2V}{}^{fs} \mathbf{N}_{e\eta_s}^{'(1)}(-h) \right] \\
 & + (1 - \delta_f^1) \mathbf{M}_{e\eta_f}(h) \left[(1 - \delta_s^1) C_{3H}^{fs} \mathbf{M}'_{e\eta_s}(-h) + (1 - \delta_s^N) C'_{3H}{}^{fs} \mathbf{M}_{e\eta_s}^{'(1)}(-h) \right] \\
 & + (1 - \delta_f^1) \mathbf{N}_{e\eta_f}(h) \left[(1 - \delta_s^1) C_{3V}^{fs} \mathbf{N}'_{e\eta_s}(-h) + (1 - \delta_s^N) C'_{3V}{}^{fs} \mathbf{N}_{e\eta_s}^{'(1)}(-h) \right] \\
 & + (1 - \delta_f^1) \mathbf{N}_{e\eta_f}(h) \left[(1 - \delta_s^1) C_{4H}^{fs} \mathbf{M}'_{e\eta_s}(-h) + (1 - \delta_s^N) C'_{4H}{}^{fs} \mathbf{M}_{e\eta_s}^{'(1)}(-h) \right] \\
 & \left. + (1 - \delta_f^1) \mathbf{M}_{e\eta_f}(h) \left[(1 - \delta_s^1) C_{4V}^{fs} \mathbf{N}'_{e\eta_s}(-h) + (1 - \delta_s^N) C'_{4V}{}^{fs} \mathbf{N}_{e\eta_s}^{'(1)}(-h) \right] \right\}, \quad (11)
 \end{aligned}$$

trong đó s và f là thứ tự của các lớp chứa nguồn và trường. Chỉ số trên N trong δ_s^N là số lớp của khối trụ. Các hệ số $C_{1H}^{fs}, C_{1V}^{fs} \dots$ được xác định từ các điều kiện biên (7) và (8) và được viết dưới dạng nghiệm của các phương trình hồi quy [36]. Trong biểu thức của hàm Green ở công thức (11) $\mathbf{M}_{e\eta_f}$ và $\mathbf{N}_{e\eta_f}$ là các hàm cơ sở của sóng trụ, cho bởi

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_{e\eta_f}^{(1)}(h) &= \nabla \times \left[H_n^{(1)}(\eta_f r) \frac{\cos(n\phi)}{\sin(n\phi)} e^{ihz} \hat{\mathbf{z}} \right] \\
 &= \left[\mp \frac{n H_n^{(1)}(\eta_f r)}{r} \frac{\sin(n\phi)}{\cos(n\phi)} \hat{\mathbf{r}} - \frac{\partial H_n^{(1)}(\eta_f r)}{\partial r} \frac{\cos(n\phi)}{\sin(n\phi)} \hat{\boldsymbol{\phi}} \right] e^{ihz}, \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{N}_{e\eta_f}^{(1)}(h) &= \frac{1}{\sqrt{h^2 + n_f^2}} \nabla \times \left[H_n^{(1)}(\eta_f r) \frac{\cos(n\phi)}{\sin(n\phi)} e^{ihz} \hat{\mathbf{z}} \right] \\
 &= \frac{1}{\sqrt{h^2 + n_f^2}} \left[\frac{\partial H_n^{(1)}(\eta_f r)}{\partial r} \frac{\cos(n\phi)}{\sin(n\phi)} \hat{\mathbf{r}} \mp \frac{ihn}{r} H_n^{(1)}(\eta_f r) \frac{\sin(n\phi)}{\cos(n\phi)} \hat{\boldsymbol{\phi}} + \eta_f^2 H_n^{(1)}(\eta_f r) \frac{\cos(n\phi)}{\sin(n\phi)} \hat{\mathbf{z}} \right] e^{ihz}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Trong các công thức (12) và (13) $H_n^{(1)}(\eta_f r)$ là hàm Hankel loại 1. Trị riêng η_f và hằng số truyền k_f ở lớp f có dạng

$$\begin{aligned}
 h^2 &= k_f^2 - \eta_f^2, \\
 k_f^2 &= \omega^2 \mu_f \epsilon_f, \quad (14)
 \end{aligned}$$

trong đó μ_f và ε_f là độ từ thẩm và hằng số điện môi ở lớp thứ f .

Để tính toán số, ta cần biết dạng tường minh của các hệ số phản xạ C trong (11). Chúng là nghiệm của các phương trình hồi quy, với các phân cực TE và TM được kí hiệu bởi H và V ,

$$\mathbf{F}_{(f+1)f}^{(H,V)} \left[\mathbf{C}_{(f+1)s}^{(H,V)} + \delta_{f+1}^s \mathbf{A}_1 \right] = \mathbf{F}_{ff}^{(H,V)} \left[\mathbf{C}_{fs}^{(H,V)} + \delta_f^s \mathbf{A}_2 \right], \quad (15)$$

ở đây các ma trận cho hệ số C là

$$\mathbf{C}_{fs}^{H,V} = \begin{bmatrix} 1-\delta_f^N & 1-\delta_s^1 & C_{1H,V}^{fs} & 1-\delta_f^N & 1-\delta_s^N & C_{1H,V}'^{fs} \\ 1-\delta_f^N & 1-\delta_s^1 & C_{2H,V}^{fs} & 1-\delta_f^N & 1-\delta_s^N & C_{2H,V}'^{fs} \\ 1-\delta_f^1 & 1-\delta_s^1 & C_{3H,V}^{fs} & 1-\delta_f^1 & 1-\delta_s^N & C_{3H,V}'^{fs} \\ 1-\delta_f^1 & 1-\delta_s^1 & C_{4H,V}^{fs} & 1-\delta_f^1 & 1-\delta_s^N & C_{4H,V}'^{fs} \end{bmatrix}; \quad (16)$$

các ma trận

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (17)$$

và các ma trận $\mathbf{F}$ cho bởi

$$\mathbf{F}_{jm}^H = \begin{bmatrix} \frac{\partial [H_n^{(1)}(\eta_j a_m)]}{\partial a_m} & \mp \frac{\zeta_j H_n^{(1)}(\eta_j a_m)}{a_m} & \frac{\partial [J_n(\eta_j a_m)]}{\partial a_m} & \mp \frac{\zeta_j J_n(\eta_j a_m)}{a_m} \\ 0 & \rho_j H_n^{(1)}(\eta_j a_m) & 0 & \rho_j J_n(\eta_j a_m) \\ \pm \frac{\zeta_j \tau_j H_n^{(1)}(\eta_j a_m)}{a_m} & \frac{\tau_j \partial [H_n^{(1)}(\eta_j a_m)]}{\partial a_m} & \pm \frac{\zeta_j \tau_j J_n(\eta_j a_m)}{a_m} & \frac{\tau_j \partial [J_n(\eta_j a_m)]}{\partial a_m} \\ \tau_j \rho_j H_n^{(1)}(\eta_j a_m) & 0 & \tau_j \rho_j J_n(\eta_j a_m) & 0 \end{bmatrix}, \quad (18a)$$

$$\mathbf{F}_{jm}^V = \begin{bmatrix} \pm \frac{\zeta_j H_n^{(1)}(\eta_j a_m)}{a_m} & \frac{\partial [H_n^{(1)}(\eta_j a_m)]}{\partial a_m} & \pm \frac{\zeta_j J_n(\eta_j a_m)}{a_m} & \frac{\partial [J_n(\eta_j a_m)]}{\partial a_m} \\ \rho_j H_n^{(1)}(\eta_j a_m) & 0 & \rho_j J_n(\eta_j a_m) & 0 \\ \frac{\tau_j \partial [H_n^{(1)}(\eta_j a_m)]}{\partial a_m} & \mp \frac{\zeta_j \tau_j H_n^{(1)}(\eta_j a_m)}{a_m} & \frac{\tau_j \partial [J_n(\eta_j a_m)]}{\partial a_m} & \mp \frac{\zeta_j \tau_j J_n(\eta_j a_m)}{a_m} \\ 0 & \tau_j \rho_j H_n^{(1)}(\eta_j a_m) & 0 & \tau_j \rho_j J_n(\eta_j a_m) \end{bmatrix}, \quad (18b)$$

với $j = 1, 2, \dots, N$ và $m = 1, 2, \dots, N-1$ là chỉ số của các lớp và a_m là bán kính của khối trụ tương ứng với lớp đó và

$$\tau_j = \sqrt{\frac{\varepsilon_j}{\mu_j}}, \quad \zeta_j = \frac{ihn}{k_j}, \quad \rho_j = \frac{(\eta_j)^2}{k_j}. \quad (19)$$

Trong (18a) và (18b) dấu phía trên dành cho hàm chẵn và dấu phía dưới dành cho hàm lẻ. Các phương trình (11) cho hàm Green và (15) cho các hệ số phản xạ là các phương trình tổng quát cho hệ trụ có số lớp bất kỳ.

2.2 Rã tự phát khi nguyên tử đặt trong môi trường

Khi nguyên tử đặt bên ngoài khối trụ (lớp 1) hàm Green có dạng tường minh xác định bởi

$$\vec{G}^{(11)}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \frac{i}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dh \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2 - \delta_n^0)}{\eta_1} \left[C_{1H}^{11'} \vec{M}_{\epsilon m \eta_1}^{(1)}(h) \vec{M}_{\epsilon m \eta_1}'^{(1)}(-h) \right. \\ \left. + C_{1H}^{11'} \vec{N}_{\epsilon m \eta_1}^{(1)}(h) \vec{N}_{\epsilon m \eta_1}'^{(1)}(-h) + C_{2H}^{11'} \vec{N}_{\epsilon m \eta_1}^{(1)}(h) \vec{M}_{\epsilon m \eta_1}'^{(1)}(-h) + C_{2V}^{11'} \vec{M}_{\epsilon m \eta_1}^{(1)}(h) \vec{N}_{\epsilon m \eta_1}'^{(1)}(-h) \right]. \quad (20)$$

Và khi nguyên tử đặt bên trong (lớp N)

$$\vec{G}^{(NN)}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = \frac{i}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dh \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2 - \delta_n^0)}{\eta_1} \left[C_{3H}^{NN'} \vec{M}_{\epsilon m \eta_N}^{(1)}(h) \vec{M}_{\epsilon m \eta_N}'^{(1)}(-h) \right. \\ \left. + C_{3V}^{NN'} \vec{N}_{\epsilon m \eta_N}^{(1)}(h) \vec{N}_{\epsilon m \eta_N}'^{(1)}(-h) + C_{4H}^{NN'} \vec{N}_{\epsilon m \eta_N}^{(1)}(h) \vec{M}_{\epsilon m \eta_N}'^{(1)}(-h) + C_{4V}^{NN'} \vec{M}_{\epsilon m \eta_N}^{(1)}(h) \vec{N}_{\epsilon m \eta_N}'^{(1)}(-h) \right]. \quad (21)$$

Trong đó các hàm vector xác định bởi (12) và (13).

Sau khi giải các phương trình truy toán (15) ta thu được biểu thức tường minh của các hệ số phản xạ

$$C_{1(H,V)}^{11} = \frac{T_{12}^{(H,V)} T_{23}^{(H,V)} - T_{13}^{(H,V)} T_{22}^{(H,V)}}{T_{11}^{(H,V)} T_{22}^{(H,V)} - T_{12}^{(H,V)} T_{21}^{(H,V)}} \\ C_{2(H,V)}^{11} = \frac{T_{13}^{(H,V)} T_{21}^{(H,V)} - T_{11}^{(H,V)} T_{23}^{(H,V)}}{T_{11}^{(H,V)} T_{22}^{(H,V)} - T_{12}^{(H,V)} T_{21}^{(H,V)}} \\ C_{3(H,V)}^{NN} = \frac{T_{31}^{(H,V)} T_{22}^{(H,V)} - T_{32}^{(H,V)} T_{21}^{(H,V)}}{T_{11}^{(H,V)} T_{22}^{(H,V)} - T_{12}^{(H,V)} T_{21}^{(H,V)}} \\ C_{4(H,V)}^{NN} = \frac{T_{41}^{(H,V)} T_{22}^{(H,V)} - T_{42}^{(H,V)} T_{21}^{(H,V)}}{T_{11}^{(H,V)} T_{22}^{(H,V)} - T_{12}^{(H,V)} T_{21}^{(H,V)}} \quad (22)$$

$$\mathfrak{S} = [T_{ij}^{(k)(H,V)}]_{4 \times 4} = T_{N-1}^{(H,V)} T_{N-2}^{(H,V)} \dots T_{k+1}^{(H,V)} T_k^{(H,V)}. \quad (23)$$

Tốc độ rã tự phát xác định bởi biểu thức

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_0} = 1 + \frac{3}{2} \text{Re} \int_0^{\infty} dh \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_n^0) C_{iV}^{jj} \frac{\eta_j^2}{k_j^2} \left[Z_n^{(1)}(\eta_j r_A) \right]^2. \quad (24)$$

Sự dịch mức năng lượng nguyên tử xác định bởi

$$\delta\omega_{zz} = -\frac{\mu_0 \omega_A^3 d_A^2}{8\hbar\pi c} \text{Re} \int_0^{\infty} idh \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_n^0) C_{iV}^{jj} \frac{\eta_j^2}{k_j^2} \left[Z_n^{(1)}(\eta_j r_A) \right]^2. \quad (25)$$

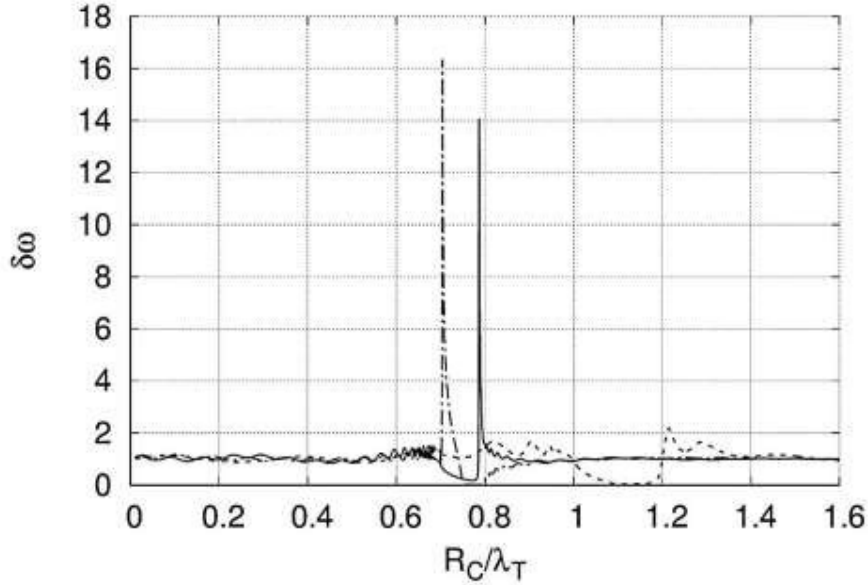
Khi nguyên tử ở bên ngoài $Z_n^{(1)}(\eta_j r_A)$ là hàm Hankel loại một, khi nguyên tử ở bên trong $Z_n^{(1)}(\eta_j r_A)$ là hàm Bessel loại một.

3 KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Ở đây chúng tôi xem xét hệ với lớp trong cùng (lớp N) và ngoài cùng (lớp 1) là chân không có hệ số điện môi $\epsilon = 1$, và các lớp thứ j , với $j \neq N, 1$ là vật chất có hệ số điện môi phụ thuộc tần số, xác định bởi biểu thức (5). Cấu trúc hình học dạng này có thể tạo ra một sự giam nhốt trường rất tốt. Từ đó, xuyên suốt bài báo này đôi khi chúng tôi sẽ gọi hệ như là một buồng cộng hưởng, với lớp thứ $N-1$ là tường trong cùng của buồng cộng hưởng.

3.1 Tốc độ rã tự phát của nguyên tử

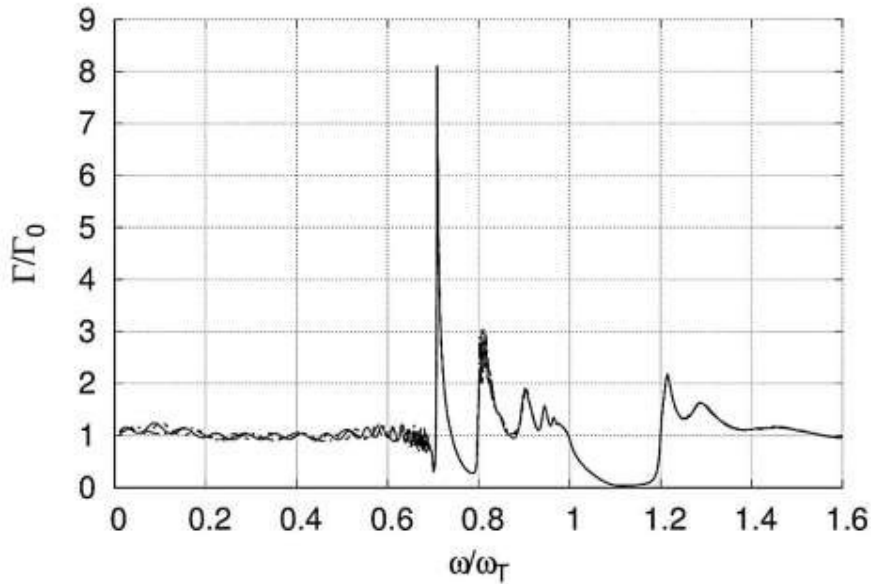
Chúng tôi giả sử môi trường tạo nên khối trụ có độ dày hữu hạn và có hệ số điện môi dạng Drude–Lorentz ω_w , được xác định bởi phương trình (5). Trong vùng phổ giữa tần số cộng hưởng ngang ω_T và tần số cộng hưởng dọc $\omega_L = \sqrt{\omega_T^2 + \omega_p^2}$, hệ số điện môi thể hiện một tính chất gọi là vùng cấm Lorentz (Lorentz-bandgap), làm cho tường của buồng cộng hưởng có khả năng phản xạ tốt. Tuy nhiên, nó vẫn cho phép một lượng hữu hạn photon thoát ra ngoài.



Hình 2: Hệ ba lớp, chân không-môi trường-chân không, Tốc độ rã tự phát của nguyên tử ở trạng thái kích thích khi đặt trên trục đối xứng của khối trụ, với $R_2 = 0.5\lambda_T, R_1 = 1.5\lambda_T; \omega_L = 1.2\omega_T$ (đường chấm-chấm). $\omega_{L2} \approx 0.796\omega_T$ ($\omega_{T2} = 0.7\omega_T, \omega_{P2} = 0.38\omega_T$); $R_1 - R_2 = 5\lambda_T$ với $R_2 = 0.5\lambda_T$ (đường gạch-chấm), $R_2 = 1.5\lambda_T$ (đường liền nét).

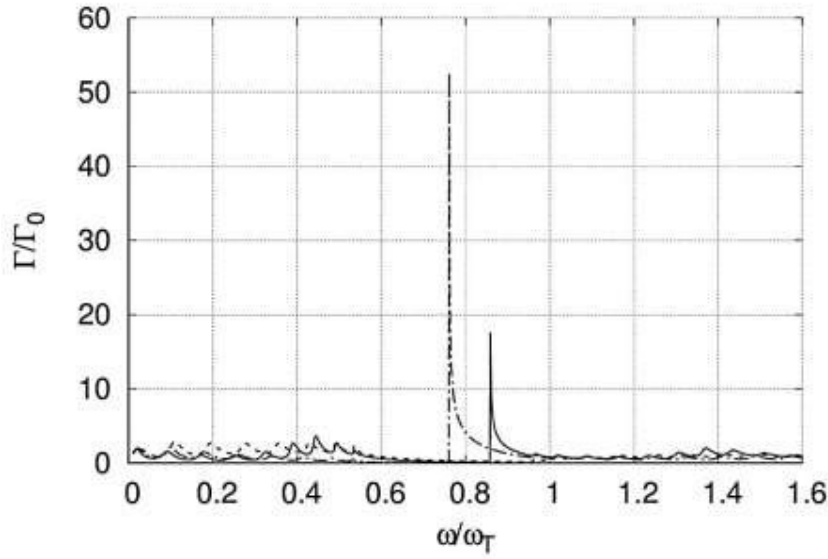
Trên hình 2 chúng tôi khảo sát tốc độ rã của nguyên tử khi đặt bên trong khối trụ 3 lớp với giả thiết môi trường tạo nên khối trụ là loại vật chất dạng Drude-Lorentz xác định bởi phương trình (5). Ta có thể thấy tốc độ rã tự phát của nguyên tử phụ thuộc rất mạnh vào tần số của photon phát xạ cũng như bán kính trong cùng và độ dày của lớp vật chất tạo nên khối trụ. Với các tham số vật chất $\omega_L = 1.2\omega_T$, bán kính trong cùng $R_2 = 0.5\lambda_T$ và bán kính ngoài $R_1 = 1.5\lambda_T$ (đường chấm-chấm) ta nhận thấy trong vùng cấm tần số $\omega_T \leq \omega \leq \omega_L$ tốc độ rã của nguyên tử bị ức chế rất mạnh $\bar{\Gamma} = \Gamma / \Gamma_0 \rightarrow 0$, điều đó cho thấy nguyên tử có thể được giữ yên ở trạng thái kích thích mà không bị rã. Ngoài vùng tần số này, về hai phía, tốc độ rã của nguyên tử dao động mạnh và đạt một cực đại về phía bên phải ở vùng tần số gần với ω_L . Trên hình 2 chúng tôi cũng vẽ cho tình huống thay đổi các tham số vật chất của môi trường để khảo sát ảnh hưởng của vật chất lên tốc độ rã, lúc này chúng tôi chọn các tham số của môi trường $\omega_{L2} \approx 0.796\omega_T$ ($\omega_{T2} = 0.7\omega_T, \omega_{P2} = 0.38\omega_T$), và tăng độ dày của khối trụ $R_1 - R_2 = 5\lambda_T$ cố định bán kính trong của khối trụ $R_2 = 0.5\lambda_T$ (đường gạch-chấm). Lúc này, cũng có thể thấy được trong vùng cấm tần số $\omega_{P2} \leq \omega \leq \omega_{L2}$ tốc độ rã nguyên tử cũng bị ức chế mạnh và xuất hiện một đỉnh cộng hưởng rất cao ở về phía vùng tần số bên trái của vùng cấm. Khi giữ nguyên các tham số vật chất của môi trường, cố định độ dày khối trụ (lớp 2) như cũ và tăng bán kính trong của khối trụ $R_2 = 1.5\lambda_T$ (đường liền nét) tình

hình cũng diễn ra tương tự trong vùng cấm tần số. Tuy nhiên, đỉnh cộng hưởng lúc này dịch về phía phải vùng cấm, phía tần số cao hơn.



Hình 3: Hệ bốn lớp, chân không-môi trường-môi trường-chân không, Môi trường ở lớp thứ 2 là giống như ở hình 2, môi trường ở lớp thứ 3 có $\omega_L = 1.2\omega_T$, với $R_1 - R_2 = 5\lambda_T$ (đường liền nét), $R_1 - R_2 = 4\lambda_T$ (đường chấm-chấm) và $2\lambda_T$ (đường gạch-chấm).

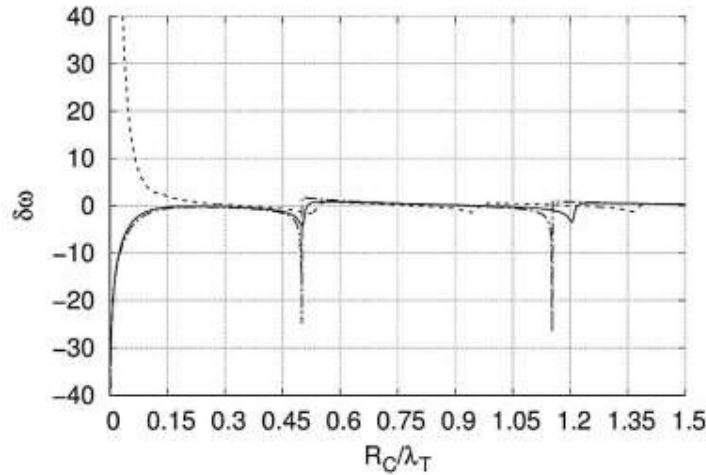
Trên hình 3 chúng tôi cố định lớp thứ 2 có các tham số vật chất $\omega_{L2} \approx 0.796\omega_T$ ($\omega_{T2} = 0.7\omega_T$, $\omega_{p2} = 0.38\omega_T$) giống như trong hình 2 và tạo thêm một lớp thứ 3 bên trong, với tham số $\omega_L = 1.2\omega_T$ và lần lượt thay đổi độ dày của lớp thứ 2, $R_1 - R_2 = 5\lambda_T$ (đường liền nét), $R_1 - R_2 = 4\lambda_T$ (đường chấm-chấm) và $R_1 - R_2 = 2\lambda_T$ (đường gạch-chấm). Hình vẽ cũng cho thấy ảnh hưởng của môi trường vật chất tạo nên tường trong cùng của buồng cộng hưởng lên tốc độ rã của nguyên tử. Bên trong vùng cấm tần số, tốc độ rã của nguyên tử tiến về không, hay nói cách khác nguyên tử bị giữ nguyên ở trạng thái kích thích mà không rã được. Bên ngoài vùng tần số này, tốc độ rã dao động mạnh và có những cộng hưởng cả về hai phía tần số cao hơn và thấp hơn tần số trong vùng cấm. Ngoài ra, đối với hệ 4 lớp chúng ta cũng có thể thấy được đáng chú ý của tốc độ rã có 2 vùng cấm trong khoảng từ $\omega/\omega_T = 1.1 \div 1.2$ và $\omega/\omega_T = 0.7 \div 0.8$. Có thể thấy vùng thứ nhất là do tường trong cùng (lớp 3) của buồng cộng hưởng gây ra và vùng cấm thứ 2 là do lớp bên ngoài (lớp 2). Ở về hai phía tần số cao hơn và thấp hơn của hai vùng cấm này chúng ta cũng thấy được các đỉnh cộng hưởng, ở những vị trí này, tốc độ rã của nguyên tử tăng mạnh. Ngoài ra cũng có thể thấy được các đường tương ứng với độ dày của lớp vật chất bên ngoài (lớp 2) tăng từ $2\lambda_T \div 5\lambda_T$ thì đáng chú ý của các đường cũng không phân biệt rõ ràng, điều này có thể giải thích rằng, độ dày của lớp ngoài, tạo nên một sự giam nhốt trường rất tốt và đạt giá trị bão hòa khi độ dày cỡ $2\lambda_T$, ở giá trị này, tăng độ dày lên nữa cũng không làm thay đổi tính chất của hệ.



Hình 4: Hệ trụ nhiều lớp có dạng gương phản xạ Bragg với 8 cặp lớp Si / SiO_2 . Tốc độ rã tự phát được vẽ như một hàm phụ thuộc tần số với $R_{N-1} = 0.1\lambda_T$ (đường chấm-chấm), $0.5\lambda_T$ (đường gạch-chấm), và λ_T (đường liền nét). Tâm vùng cấm tần số $\omega_0 = 0.748\omega_T$

Trên hình 4 chúng tôi vẽ tốc độ rã tự phát của nguyên tử như một hàm của tần số, bán kính trong cùng của khối trụ $R_{N-1} = 0.1\lambda_T$ (đường chấm-chấm), $0.5\lambda_T$ (đường gạch chấm) và λ_T (đường liền nét). Dáng điệu đồ thị cũng diễn ra tương tự như các trường hợp trên, trong vùng cấm tần số, tốc độ rã cũng bị ức chế mạnh, ở vùng tần số cao hơn cũng xuất hiện đỉnh cộng hưởng. Đỉnh cộng hưởng dịch về phía tần số cao hơn khi bán kính trong cùng của khối trụ tăng.

3.2 Độ dịch mức năng lượng



Hình 5: Độ dịch mức năng lượng $\delta\omega[\mu_0\omega_A^3 d_A^2 / 8\pi c]$ phụ thuộc vào bán kính trong cùng của khối trụ nhiều lớp. Cho khối trụ 3 lớp (đường chấm-chấm), 4 lớp (đường liền nét) và 8 cặp lớp (đường gạch-chấm). Các tham số khác như trong các hình 2-4.

Trên hình 5 chúng tôi vẽ độ dịch mức năng lượng như một hàm của bán kính trong cùng của khối trụ. Bán kính trong của khối trụ được chuẩn theo bước sóng $\lambda_T = 2\pi c / \omega_T$. Với khối trụ ba lớp (đường chấm-chấm), bốn lớp (đường liền nét) và 18 lớp Si/SiO₂ (đường gạch-chấm). Khi bán kính khối trụ rất bé, ta thấy độ dịch mức năng lượng diễn ra rất mạnh. Đối với khối trụ 3 lớp, năng lượng chuyển mức của nguyên tử dịch rất mạnh về phía xanh (đường chấm-chấm), trong khi đó đối với khối trụ 4 lớp (đường liền nét) và 18 lớp (đường gạch-chấm), năng lượng chuyển mức của nguyên tử dịch về phía đỏ. Tăng dần bán kính khối trụ, đáng chú ý của tốc độ rẽ thay đổi rất mạnh và xuất hiện những đỉnh cộng hưởng tại các vị trí về hai phía của vùng cấm tần số (xem hình 2). Tại những đỉnh cộng hưởng này, không có sự dịch mức năng lượng nguyên tử. Ở vùng tần số cao hơn tần số cộng hưởng, năng lượng chuyển mức nguyên tử tăng, ngược lại ở vùng tần số thấp hơn, năng lượng chuyển mức giảm.

4 KẾT LUẬN

Kết quả cho thấy sự giảm mạnh của tốc độ rẽ tự phát trong vùng cấm của tần số và tại biên của vùng này tốc độ rẽ tăng rất mạnh về phía biên trái của của vùng tần số. Vị trí các đỉnh cộng hưởng phụ thuộc vào bán kính trong cùng của khối trụ phân lớp. Tại các vị trí cộng hưởng, độ dịch mức năng lượng bằng không. Tại những vị trí không cộng hưởng, năng lượng chuyển mức của nguyên tử dịch về phía xanh ở vùng tần số cao hơn tần số cộng hưởng và dịch về phía đỏ ở vùng tần số thấp hơn tần số cộng hưởng. Tóm lại, qua những kết quả tính toán ở trên, đã cho thấy, với hệ trụ có cấu trúc phân lớp, chúng ta có thể tạo nên một buồng cộng hưởng có tính chất giam nhốt tốt, có thể giữ được nguyên tử đứng yên ở trạng thái kích thích trong một khoảng thời gian như mong muốn. Điều này mang lại triển vọng rất lớn đối với việc điều khiển tín hiệu photon trong ống dẫn sóng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Dzsojtan D., Sørensen A.S., and Fleischhauer M. (2010), “Quantum emitters coupled to surface plasmons of a nanowire: A Green’s function approach”, Phys. Rev. B, 82(075427).
- [2] Purcell. E. M. (1946), “Spontaneous emission probabilities at radio frequencies”, Phys. Rev. 69,674.
- [3] Agarwal G.S. (1975), “Quantum electrodynamics in the presence of dielectrics and conductors. IV. General theory for spontaneous emission in finite geometries”, Phys. Rev. A, 12(1475); Wylie J.M. and Sipe J.E. (1984), “Quantum electrodynamics near an interface”, Phys. Rev. A, 30(1185).
- [4] Ho Trung Dung, Knöll L., and Welsch D.G. (2000), “Spontaneous decay in the presence of dispersing and absorbing bodies: General theory and application to a spherical cavity”, Phys. Rev. A, 62(053804).
- [5] Rekdal P.K., Scheel S., Knight P.L., and Hinds E.A. (2004), “Thermal spin flips in atom chips”, Phys. Rev. A, 70(013811); Fermani R., Scheel S., and Knight P.L. (2007), “Trapping cold atoms near carbon nanotubes: Thermal spin flips and Casimir-Polder potential”, Phys. Rev. A, 75(062905).
- [6] Chen Y.N., Chen G.Y., Chuu D.S., and Brandes T. (2009), “Quantum-dot exciton dynamics with a surface plasmon: Band-edge quantum optics”, Phys. Rev. A, 79(033815).
- [7] Erdogan T., Sullivan K.G., and Hall D.G. (1993), “Enhancement and inhibition of radiation in cylindrically symmetric, periodic structures”, Journal of the Optical Society of America B, 10(391).
- [8] Friedberg R. and Manassah J.T. (2011), “Initial cooperative decay rate and cooperative Lamb shift of resonant atoms in an infinite cylindrical geometry”, Phys. Rev. A, 84(023839).
- [9] Fussell D.P., McPhedran R.C., and Martijn de Sterke C. (2005), “Decay rate and level shift in a circular dielectric waveguide”, Phys. Rev. A, 71(013815).
- [10] Klimov V.V. and Ducloy M. (2004), “Spontaneous emission rate of an excited atom placed near a nanofiber”, Phys. Rev. A, 69(013812).
- [11] Nha H. and Jhe W. (1997), “Cavity quantum electrodynamics for a cylinder: Inside a hollow dielectric and near a solid dielectric cylinder”, Phys. Rev. A, 56(2213).

- [12] Żakowicz W. and Janowicz M. (2000), "Spontaneous emission in the presence of a dielectric cylinder", *Phys. Rev. A*, 62(013820).
- [13] Tatur K., Woods L.M., and Bondarev I.V. (2008), "Zero-point energy of a cylindrical layer of finite thickness", *Phys. Rev. A*, 78(012110).
- [14] Afanasiev A. and Minogin V. (2010), "van der Waals interaction of an atom with the internal surface of a hollow submicrometer-size cylinder", *Phys. Rev. A*, 82(052903).
- [15] Eberlein C. and Zietal R. (2009), "Retarded Casimir-Polder force on an atom near reflecting microstructures", *Phys. Rev. A*, 80(012504).
- [16] Ellingsen S.A., Buhmann S.Y., and Scheel S. (2010), "Casimir-Polder potential and transition rate in resonating cylindrical cavities", *Phys. Rev. A*, 82(032516).
- [17] Marocico C.A. and Knoester J. (2009), "Intermolecular resonance energy transfer in the presence of a dielectric cylinder", *Phys. Rev. A*, 79(053816).
- [18] H. T. Dung and T. M. Hien, "Atomic spontaneous decay near a finite-length dielectric cylinder", *Opt. Comm.*, 355, 27-32 (2015).
- [19] A. Einstein, "The Quantum Theory of Radiation", *Z. Phys.* 18, 121 (1917).
- [20] G. S. Agarwal, "Quantum electrodynamics in the presence of dielectrics and conductors. I. Electromagnetic-field response functions and black-body fluctuations in finite geometries", *Phys. Rev. A* 11, 230 (1975), "Quantum electrodynamics in the presence of dielectrics and conductors. II. Theory of dispersion forces", *Phys. Rev. A* 11, 243 (1975), "Quantum electrodynamics in the presence of dielectrics and conductors. III. Relations among one-photon transition probabilities in stationary and nonstationary fields, density of states, the field-correlation functions, and surface-dependent response functions", *Phys. Rev. A* 11, 253 (1975).
- [21] S. M. Barnett, B. Huttner, R. Loudon, and R. Matloob, "Decay of excited atoms in absorbing dielectrics", *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 29, 3763 (1996).
- [22] S. M. Barnett, B. Huttner, and R. Loudon, "Spontaneous emission in absorbing dielectric media", *Phys. Rev. Lett.* 68, 3698 (1992).
- [23] M. Fichet, F. Schuller, D. Bloch, and M. Ducloy, "van der Waals inter-actions between excited-state atoms and dispersive dielectric surfaces", *Phys. Rev. A* 51, 1553 (1995).
- [24] M. Fleischhauer and S. Yelin, "Radiative atom-atom interactions in optically dense media: Quantum corrections to the Lorentz-Lorenz formula", *Phys. Rev. A* 59, 2427 (1999).
- [25] M. Fleischhauer, "Spontaneous emission and level shifts in absorbing dis-ordered dielectrics and dense atomic gases: A Green's-function approach", *Phys. Rev. A* 60, 2534 (1999).
- [26] Ho Trung Dung, L. Knöoll, and D. -G. Welsch, "Spontaneous decay in the presence of dispersing and absorbing bodies: General theory and application to a spherical cavity", *Phys. Rev. A* 62, 053804 (2000).
- [27] G. Juzeliunas, "Spontaneous Emission in Absorbing Dielectrics: A Microscopic Approach", *Phys. Rev. A* 55, R4015 (1997).
- [28] K. Koshino and A. Shimizu, "Spontaneous emission in an absorptive and inhomogeneous cavity", *Phys. Rev. A* 53, 4468 (1996).
- [29] D. Meschede, W. Jhe, and E. A. Hinds, "Radiative properties of atoms near a conducting plane: An old problem in a new light", *Phys. Rev. A* 41, 1587 (1990).
- [30] S. Scheel, L. Knöoll, D. -G. Welsch, and S. M. Barnett, "Quantum local-field corrections and spontaneous decay", *Phys. Rev. A* 60, 1590 (1999).
- [31] M. S. Tomaš and Z. Lenac, "Decay of excited molecules in absorbing planar cavities", *Phys. Rev. A* 56, 4197 (1997).
- [32] J. M. Wylie and J. E. Sipe, "Quantum electrodynamics near an interface", *Phys. Rev. A* 30, 1185 (1984).

- [33] M. S. Yeung and T. K. Gustafson, "Spontaneous emission near an absorbing dielectric surface", Phys. Rev. A 54, 5227 (1996).
- [34] S. Y. Buhmann and D.-G. Welsch, "Born expansion of the Casimir–Polder interaction of a ground-state atom with dielectric bodies", Appl. Phys. B: Lasers Opt. 82, 189 (2006).
- [35] L.-W. Li, M.-S. Leong, T.-S. Yeo, and P.-S. Kooi (2000), "Electromagnetic dyadic Green's functions in spectral domain for multilayered cylinders", Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Vol. 14, 961-985, pp.961-972.

Ngày nhận bài: 01/04/2019

Ngày chấp nhận đăng: 30/07/2019