

PHÂN TÍCH MẤT ỔN ĐỊNH CHỖM CẦU COMPOSITE NHIỀU LỚP

ĐẶNG NGUYỄN NGỌC SANG¹, MAI THỊ HOA², VŨ DUY THẮNG^{3*}

¹ Ban Quản lý dự án đầu tư xây dựng khu vực huyện Châu Phú, tỉnh An Giang,

² Khoa Xây dựng, Trường Đại học Xây dựng Miền Tây,

³ Khoa Kỹ thuật Xây dựng, Trường Đại học Công nghiệp Thành phố Hồ Chí Minh

*Tác giả liên hệ: vuduythang@iuh.edu.vn

DOIs: <https://doi.org/10.46242/jstiuh.v67i01.5040>

Tóm tắt. Bài báo trình bày phương pháp phân tích phần tử hữu hạn cho bài toán ổn định chỗm cầu composite nhiều lớp sử dụng lý thuyết góc xoay trung bình. Nghiên cứu sử dụng phần tử hữu hạn dạng thức tổng Lagrangian và các phần tử ANS 9 nút. Chỗm cầu được liên kết ngàm xung quanh và chịu tải trọng phân bố đều. Trong nghiên cứu, ảnh hưởng của chiều dày, số lớp, cách bố trí các lớp composite được xét đến khi tính toán ổn định cho chỗm cầu. Hệ phương trình phi tuyến ổn định được giải bằng phương pháp điều khiển chuyển vị (Riks-Wemper). Các kết quả phân tích ổn định chỗm cầu đồng chất trong nghiên cứu được so sánh với kết quả thực nghiệm của các tác giả khác để đánh giá tính phù hợp của mô hình.

Từ khóa: Góc xoay trung bình, phần tử hữu hạn, chỗm cầu composite, ổn định kết cấu.

1 GIỚI THIỆU

Các kết cấu tấm và vỏ composite trong thực tế thường có cấu tạo dạng mỏng dễ dẫn đến hiện tượng mất ổn định đàn hồi. Do đó bài toán ổn định của kết cấu tấm vỏ đã được nhiều nhà khoa học quan tâm nghiên cứu. Laschet và Jeusette [1] tiến hành phân tích mất ổn định của composite nhiều lớp sử dụng phần tử vỏ dạng khối với chỉ các bậc tự do chuyển vị. Wagner [2] đã sử dụng phần tử 4 nút với phép tích phân giảm (reduced integration) để phân tích biến dạng lớn và mất ổn định của vỏ trụ composite nhiều lớp. Ferreira và Barbosa [3] phân tích ổn định vỏ mỏng dựa trên lý thuyết tấm mỏng Marguerre (trong khoảng phi tuyến dạng von Kármán) và phần tử 9 nút ANS (Assumed Natural Strain). Rikards [4] sử dụng phần tử tam giác biến dạng cắt bậc nhất dùng phép tích phân chọn để phân tích ổn định và dao động cho vỏ cứng composite. Vũ Thị Thùy Anh [5] sử dụng các lý thuyết giải tích vỏ cổ điển và biến dạng cắt bậc nhất để phân tích ổn định phi tuyến của vỏ cầu thoải composite và FGM (Functionally Graded Material). Nguyễn Văn Hiếu và cộng sự [6] sử dụng phần tử tứ giác tron 24 bậc tự do trong phân tích ổn định tấm vỏ chịu uốn bằng lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất phi tuyến dạng von Kármán. Vũ Duy Thắng và Hoàng Nhật Đức [7] sử dụng phần tử hữu hạn góc xoay trung bình để phân tích phi tuyến hình học cho bài toán ổn định của vỏ trụ composite nhiều lớp.

Trong nghiên cứu này các tác giả sử dụng các phần tử vỏ tứ giác 9 nút ANS, lý thuyết góc xoay trung bình MRT (Moderate Rotation Theory) trên hệ tọa độ tự nhiên của chỗm cầu. Chỗm cầu liên kết ngàm tại biên chịu tải trọng vuông góc phân bố đều trên bề mặt được phân tích ổn định chịu uốn. Hệ phương trình phi tuyến của bài toán ổn định của chỗm cầu được giải bằng phương pháp lặp điều khiển chuyển vị (Riks-Wemper). Ban đầu, kết quả phân tích ổn định của vỏ cầu đồng chất được so sánh với kết quả nghiên cứu thực nghiệm của các tác giả khác để đánh giá tính hợp lý của mô hình. Các phân tích tiếp theo nhằm đánh giá các yếu tố ảnh hưởng đến quá trình mất ổn định của chỗm cầu được tiến hành với sự thay đổi chiều dày vỏ, số lớp và cách bố trí các lớp composite.

2 LÝ THUYẾT GÓC XOAY TRUNG BÌNH VỎ CẦU COMPOSITE

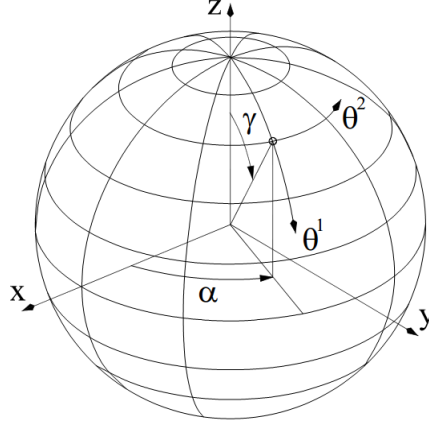
2.1 Lý thuyết góc xoay trung bình

Theo thuyết biến dạng cắt bậc nhất chuyển vị ngang được giả thiết biến đổi tuyến tính dọc theo chiều dày của kết cấu trong khi chuyển vị đứng được giả thiết là hằng số.

$$v_{\alpha} = v_{\alpha}^0 + \theta^3 v_{\alpha}^1 \quad (1)$$

$$\nu_3 = \nu_3^0 \quad (2)$$

với $\alpha = 1, 2$. ν_α , ν_3 là các chuyển vị ngang và chuyển vị đứng của một điểm bất kỳ của vỏ nằm ngoài mặt phẳng trung bình. ν_α^0 , ν_3^0 là các chuyển vị ngang và chuyển vị đứng tại mặt phẳng trung bình. ν_α^1 là các góc xoay quanh các trục tọa độ θ^α tương ứng (hình 1), θ^3 là tọa độ theo phương chiều dày của vỏ.



Hình 1: Hệ tọa độ cầu.

Theo lý thuyết góc xoay trung bình, các thành phần ten xơ biến dạng của vỏ có thể biểu diễn dưới dạng sau:

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = E_{\alpha\beta}^0 + \theta^3 E_{\alpha\beta}^1 + (\theta^3)^2 E_{\alpha\beta}^2 \quad (3)$$

$$\varepsilon_{\alpha 3} = E_{\alpha 3}^0 + \theta^3 E_{\alpha 3}^1 \quad (4)$$

$$\varepsilon_{33} = 0 \quad (5)$$

Trong đó, các thành phần biến dạng tiếp tuyến:

$$E_{\alpha\beta}^0 = \frac{1}{2} \left(\varphi_{\alpha\beta}^0 + \varphi_{\beta\alpha}^0 \right) + \frac{1}{2} \varphi_{\alpha 3}^0 \varphi_{\beta 3}^0 \quad (6)$$

$$E_{\alpha\beta}^1 = \frac{1}{2} \left(\varphi_{\alpha\beta}^1 + \varphi_{\beta\alpha}^1 \right) - \frac{1}{2} \left(b_\alpha^\lambda \varphi_{\lambda\beta}^0 + b_\beta^\lambda \varphi_{\lambda\alpha}^0 \right) + \frac{1}{2} \left(\varphi_{\alpha 3}^0 \varphi_{\beta 3}^0 + \varphi_{\beta 3}^0 \varphi_{\alpha 3}^0 \right) \quad (7)$$

$$\varepsilon_{33} = 0 \quad (8)$$

và các thành phần biến dạng cắt:

$$2 E_{\alpha 3}^0 = \varphi_{\alpha 3}^0 + \nu_\alpha^1 + \nu_\alpha^\lambda \varphi_{\lambda\alpha}^0 + \frac{1}{2} \nu_3^1 \left(\varphi_{\lambda 3}^0 - \nu_\alpha^1 \right) \quad (9)$$

$$2 E_{\alpha 3}^1 = \nu_{3,\alpha}^1 + \nu_\alpha^\lambda \nu_{\lambda|\alpha}^1 - \frac{1}{2} \nu_{3,\lambda}^1 \varphi_{\alpha}^\lambda \quad (10)$$

Trong các công thức từ (6) đến (10), ta có các thành phần:

$$\varphi_{\alpha\beta}^n = \nu_{\alpha|\beta}^n - b_{\alpha\beta}^n \nu_3^n \quad (11)$$

$$\varphi_{\alpha 3}^n = \nu_{3|\alpha}^n + b_\alpha^\lambda \nu_\lambda^n$$

với $n = 0, 1$ và $b_{\alpha\beta}^n$ là ten xơ độ cong của vỏ.

Các thành phần được gạch dưới trong các phương trình từ (6) đến (10) là các thành phần phi tuyến. Nếu chỉ xét thành phần phi tuyến có chứa $\varphi_{\alpha 3}^n$ ta thu được lý thuyết phi tuyến ứng suất cắt bậc nhất dạng von Kármán. Nếu bỏ qua tất cả các thành phần gạch dưới ta sẽ thu được lý thuyết tuyến tính biến dạng cắt bậc

PHÂN TÍCH MẮT ỔN ĐỊNH CHỖM CẦU COMPOSITE NHIỀU LỚP

nhất. Khi giải bài toán bằng phương pháp phần tử hữu hạn theo lý thuyết Kirchhoff–Love và Bernoulli đòi hỏi phải sử dụng hàm dạng liên tục bậc C^1 trong khi theo lý thuyết FOSD ta chỉ cần hàm dạng liên tục C^0 .

2.2 Quan hệ ứng suất biến dạng

Mối quan hệ ứng suất biến dạng đối với vật liệu composite trục hướng có thể biểu diễn dưới dạng:

$$\begin{Bmatrix} {}_0\sigma^{11} \\ {}_0\sigma^{22} \\ {}_0\sigma^{12} \\ {}_0\sigma^{32} \\ {}_0\sigma^{31} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{Bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{16} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{26} & 0 & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} \end{Bmatrix}}_{\begin{bmatrix} [A] & 0 \\ 0 & [B] \end{bmatrix}} \begin{Bmatrix} {}_0\varepsilon_{11} \\ {}_0\varepsilon_{22} \\ 2\cdot{}_0\varepsilon_{12} \\ 2\cdot{}_0\varepsilon_{32} \\ 2\cdot{}_0\varepsilon_{31} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Ten xơ ứng suất khi này có thể biểu diễn theo dạng sau:

$$\begin{Bmatrix} {}_0\sigma \\ {}_k\sigma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [A] & [A] \\ [A] & [A] & [A] & 0 \\ [A] & [A] & [A] \\ 0 & [B] & [B] \\ [B] & [B] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}_0\varepsilon \\ {}_k\varepsilon \end{Bmatrix} \quad (13)$$

với

$$[A] = \int_{h_l^-}^{h_l^+} [A](\theta^3)^n \mu d\theta^3 \quad (14)$$

$$[B] = \int_{h_l^-}^{h_l^+} [B](\theta^3)^m \mu d\theta^3 \quad (15)$$

trong đó h_l^- và h_l^+ là tọa độ theo phương chiều dày của bề mặt dưới và bề mặt trên lớp vật liệu thứ l của vỏ, ${}^0\mu$ là ten xơ chuyển.

Trong phương trình (13), véc tơ biến dạng có dạng:

$$\{\varepsilon\}^T = \left\{ E_{11}^0, E_{22}^0, 2E_{12}^0, E_{11}^1, E_{22}^1, 2E_{12}^1, E_{11}^2, E_{22}^2, 2E_{12}^2, 2E_{23}^0, 2E_{13}^0, 2E_{23}^1, 2E_{13}^1 \right\} \quad (16)$$

và véc tơ ứng suất có dạng:

$$\{\sigma\}^T = \left\{ L_{11}^0, L_{22}^0, 2L_{12}^0, L_{11}^1, L_{22}^1, 2L_{12}^1, L_{11}^2, L_{22}^2, 2L_{12}^2, 2L_{23}^0, 2L_{13}^0, 2L_{23}^1, 2L_{13}^1 \right\} \quad (17)$$

Phương trình (13) biểu diễn dưới dạng rút gọn:

$$\begin{Bmatrix} {}_k\sigma \\ {}_0\sigma \end{Bmatrix} = [H] \begin{Bmatrix} {}_k\varepsilon \\ {}_0\varepsilon \end{Bmatrix} \quad (18)$$

2.3 Dạng thức tổng Lagrangian

Theo nguyên lý công ảo, ta có tổng công do nội lực δW_i bằng với tổng công do ngoại lực δW_e gây ra. Theo các kết quả nghiên cứu của Palmerio et al. [8] và Kreja et al. [9] dựa trên dạng thức tổng Lagrangian, công ảo do nội lực gây ra của bài toán vỏ có thể biểu diễn như sau:

$${}^2\delta W_i = \int_{\Omega} \left(\left\{ \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} \delta \varepsilon \right\}^T \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \sigma \right\} + \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} \delta \varepsilon \right\}^T [H] \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \varepsilon \end{matrix} \right\} \right) d\Omega \quad (19)$$

với ${}^2_0\sigma^{mm}$ là ten xơ ứng suất Piola-Kirchhoff bậc 2; ${}^2_0\delta\varepsilon_{mm}$ là ten xơ biến dạng Green-Lagrange. Trong đó, các chỉ số phía trên bên trái thể hiện các trạng thái khảo sát: 0 là trạng thái ban đầu (chưa biến dạng), 1 là trạng thái hiện tại và 2 là trạng thái cần tìm; chỉ số 0 phía dưới bên trái thể hiện các đại lượng cơ học được tham chiếu về trạng thái chưa biến dạng 0.

Công ảo của ngoại lực có thể biểu diễn như sau:

$${}^2\delta W_e = \int_{V} {}^2f^i \delta v_i {}^2dV + \int_A {}^2p^i \delta v_i^A {}^2dA \quad (20)$$

với ${}^2f^i$: lực thể tích; ${}^2p^i$: lực bề mặt; δv_i : chuyển vị ảo; δv_i^A : chuyển vị ảo của bề mặt vỏ A.

Áp dụng các phần tử ANS 9 nút được đề xuất bởi Park [10], Stanley và Park [11] với sơ đồ nội suy được cho trên bảng 1.

Bảng 1: Sơ đồ nội suy của phần tử ANS 9 nút.

P_L	E_{11} and E_{13}	Q_L	E_{22} and E_{23}	M_L	E_{12}
○ nodal point		■ collocation point			

Phương trình cân bằng của vỏ có dạng:

$$\left([{}^1K_u] + [{}^1K_g] \right) \{q\} = \{{}^2R\} - \{{}^1F\} - J \quad (21)$$

hay:

$$[{}^1K] \{q\} = \{{}^2R\} - \{{}^1F\} - J \quad (22)$$

trong đó:

$$[{}^1K_u] = \int_{\Omega} [B_L]^T [H] [B_L] d\Omega \quad (23)$$

$$[{}^1K_g] = \int_{\Omega} [G]^T [N]^T [{}^1S] [G] [N] d\Omega \quad (24)$$

$$\{{}^1F\} = \int_{\Omega} [B_L]^T \{{}^1\sigma\} d\Omega \quad (25)$$

với $[{}^1K_u]$, $[{}^1K_g]$ là các ma trận độ cứng chuyển vị và hình học, $\{{}^2R\}$ là véc tơ ngoại lực, J là các tổng các thành phần phi tuyến còn lại.

Với thành phần biến dạng tiếp tuyến, ta có các ma trận $[B_L]$, $[G]$, $[{}^1S]$:

PHÂN TÍCH MẮT ỔN ĐỊNH CHỖM CẦU COMPOSITE NHIỀU LỚP

$$[B_L] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta^1} & 0 & \frac{1}{R} & 0 & 0 \\ \frac{\cot \gamma}{R} & \frac{1}{R \sin \gamma} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta^2} & \frac{1}{R} & 0 & 0 \\ \frac{1}{R \sin \gamma} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta^2} & \frac{\partial}{\partial \theta^1} - \frac{\cot \gamma}{R} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta^1} & 0 & \frac{1}{R^2} & \frac{\partial}{\partial \theta^1} & 0 \\ \frac{\cot \gamma}{R^2} & \frac{1}{R^2 \cdot \sin \gamma} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta^2} & \frac{1}{R^2} & \frac{1}{R} \cot \gamma & \frac{1}{R \sin \gamma} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta^2} \\ \frac{1}{R^2 \cdot \sin \gamma} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta^2} & \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta^1} - \frac{\cot \gamma}{R^2} & 0 & \frac{1}{R \sin \gamma} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta^2} & \frac{\partial}{\partial \theta^1} - \frac{\cot \gamma}{R} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta^1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\cot \gamma}{R^2} & \frac{1}{R^2 \cdot \sin \gamma} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta^2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R^2 \cdot \sin \gamma} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta^2} & \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta^1} - \cot \gamma \right) \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$[G] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R} & 0 & \frac{\partial}{\partial \theta^1} & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \gamma & \frac{\partial}{\partial \theta^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$[{}^1S] = \begin{bmatrix} {}^0L_{11} & \frac{1}{R \sin \gamma} {}^0L_{12} & -\frac{1}{R} {}^1L_{11} & -\frac{1}{R} {}^1L_{12} \\ \frac{1}{R \sin \gamma} {}^0L_{12} & \frac{1}{R^2 \sin^2 \gamma} {}^0L_{22} & -\frac{1}{R^2 \sin \gamma} {}^1L_{12} & -\frac{1}{R^2 \sin \gamma} {}^1L_{22} \\ -\frac{1}{R} {}^1L_{11} & -\frac{1}{R^2 \sin \gamma} {}^1L_{12} & \frac{1}{R^2} {}^2L_{11} & \frac{1}{R^2} {}^2L_{12} \\ -\frac{1}{R} {}^1L_{12} & -\frac{1}{R^2 \sin \gamma} {}^1L_{22} & \frac{1}{R^2} {}^2L_{12} & \frac{1}{R^2} {}^2L_{22} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Với thành phần biến dạng cắt, ta có các ma trận $[B_L]$, $[G]$, $[{}^1S]$:

$$[B_L] = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{R} & \frac{1}{R \sin \gamma} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta^2} & 0 & 1 \\ -\frac{1}{R} & 0 & \frac{\partial}{\partial \theta^1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$[G] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial}{\partial \theta^1} & 0 & \frac{1}{R} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial \theta^1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta^2} & -\frac{\cos \gamma}{R} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\cos \gamma}{R} & \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta^2} & \frac{\sin \gamma}{R} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial \theta^1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial \theta^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial \theta^1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial \theta^2} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$[{}^1S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & L_{13}^0 & 0 & \frac{1}{\sin \gamma} L_{23}^0 & 0 & L_{13}^1 & \frac{1}{R \sin \gamma} L_{23}^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{13}^0 & 0 & \frac{1}{\sin \gamma} L_{23}^0 & 0 & 0 & L_{13}^1 & \frac{1}{R \sin \gamma} L_{23}^1 \\ L_{13}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{13}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sin \gamma} L_{23}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sin \gamma} L_{23}^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{13}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R \sin \gamma} L_{23}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{13}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R \sin \gamma} L_{23}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Để phân tích bài toán ổn định và mất ổn định, hệ phương trình phi tuyến (22) được giải bằng phương pháp điều khiển chuyển vị Riks-Wemper trong các nghiên cứu của Riks [12, 13, 14] và Wemper [15].

3 MÔ PHỎNG SỐ

3.1 Chòm cầu đồng chất có biên liên kết ngàm chịu tải trọng phân bố đều

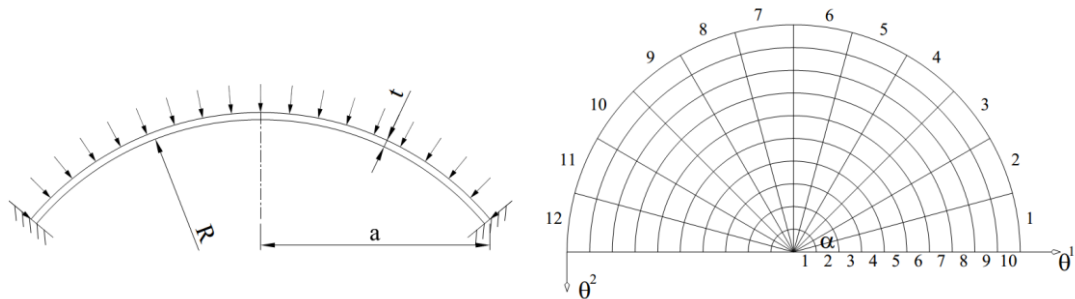
Xét chòm cầu có biên liên kết ngàm chịu tải trọng phân bố đều q luôn vuông góc với bề mặt trên toàn mặt chòm cầu như trên hình 2. Chòm cầu có bán kính R , chiều dày t , bán kính đáy chòm cầu a , mô đun đàn hồi E , hệ số poisson $\nu = 0,36$. Xét chòm cầu ký hiệu B96 đã được phân tích ổn định trong nghiên cứu thực nghiệm của Yamada và Uchiyama [16] với các thông số hình học và vật liệu cho trong bảng 2. Trong nghiên

PHÂN TÍCH MẮT ỔN ĐỊNH CHỖM CẦU COMPOSITE NHIỀU LỚP

cứu ta chỉ xét một nửa chòm cầu đối xứng, với lưới 10×12 cho phần tử 9 nút.

Bảng 2: Thông số hình học và vật liệu của chòm cầu đồng chất.

Chòm cầu	a (mm)	R (mm)	t (mm)	λ	E (g/cm ²)
B96	170	1853	1,98	5,05	3,1×10 ⁷



Hình 2: Kích thước và lưới phần tử của chòm cầu.

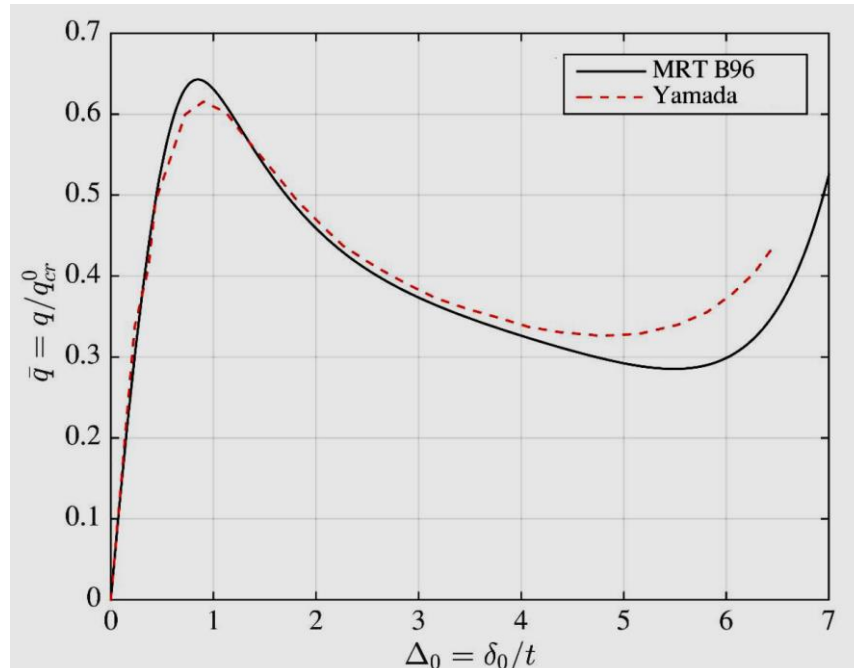
Độ mảnh của chòm cầu được tính theo công thức đề xuất của Weinitschke [17]:

$$\lambda = [12(1-\nu^2)]^{\frac{1}{4}} \frac{a}{\sqrt{Rt}} \quad (29)$$

Tải trọng phân bố tới hạn được tính theo công thức Zoelly–Leibenson như sau:

$$q_{cr}^0 = \frac{2E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left(\frac{t}{R}\right)^2 \quad (30)$$

Các giá trị tải trọng và chuyển vị tại đỉnh chòm cầu được biểu diễn dưới dạng không thứ nguyên: $\bar{q} = q/q_{cr}^0$ và $\Delta_0 = \delta_0/t$. Trong đó δ_0 là chuyển vị theo phương đứng của đỉnh chòm cầu.



Hình 3: Chuyển vị tại đỉnh chòm cầu B96.

Kết quả chuyển vị đỉnh của các chòm cầu trong nghiên cứu (MRT B96) và kết quả thực nghiệm của Yamada và Uchiyama được thể hiện trên các hình 3. Các kết quả phân tích phần tử hữu hạn khá gần với các kết quả thực nghiệm. Sự khác biệt kết quả giữa hai mô hình là do các yếu tố như tính phi tuyến của vật

liệu, giả thiết điều kiện liên kết biên trong mô hình là liên kết ngàm lý tưởng, sự đồng nhất vật liệu, gia tải, các sai số tính toán và đo đạc thực nghiệm,...

3.2 Chòm cầu composite có biên liên kết ngàm chịu tải trọng phân bố đều

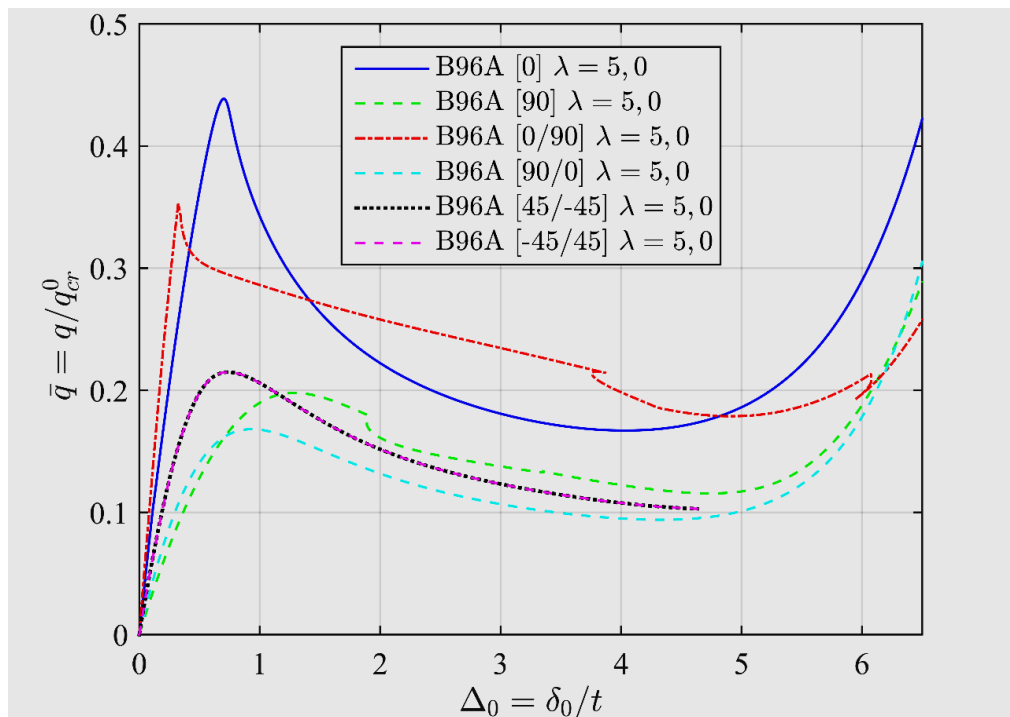
Từ các kết quả phân tích chòm cầu đồng chất, ta nhận thấy các kết quả tính toán của chòm cầu B96 khá phù hợp với các kết quả thực nghiệm của Yamada và Uchiyama. Tiếp theo ta sẽ tiếp tục khảo sát các chòm cầu composite lấy theo kích thước của chòm cầu đồng chất B96 có sự điều chỉnh về độ dày và bố trí các lớp. Vật liệu trục hướng có $E_1 = 36,6$ GPa, $E_2 = 8,27$ GPa, $G_{12} = 1,44$ GPa, $\nu = 0,26$. Các chòm cầu gồm một lớp và hai lớp vật liệu được bố trí với các góc cốt sợi $[0]$, $[90]$, $[0/90]$, $[90/0]$, $[45/-45]$, $[-45/45]$, thứ tự các lớp cốt sợi theo chiều từ trong ra ngoài. Trong đó, góc sợi là góc tạo bởi cốt sợi và trục θ^1 . Tải trọng phân bố tới hạn được tính theo công thức:

$$q_{cr}^0 = \frac{2E_1}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left(\frac{t}{R} \right)^2 \quad (31)$$

Bảng 3: Thông số hình học và vật liệu của chòm cầu composite.

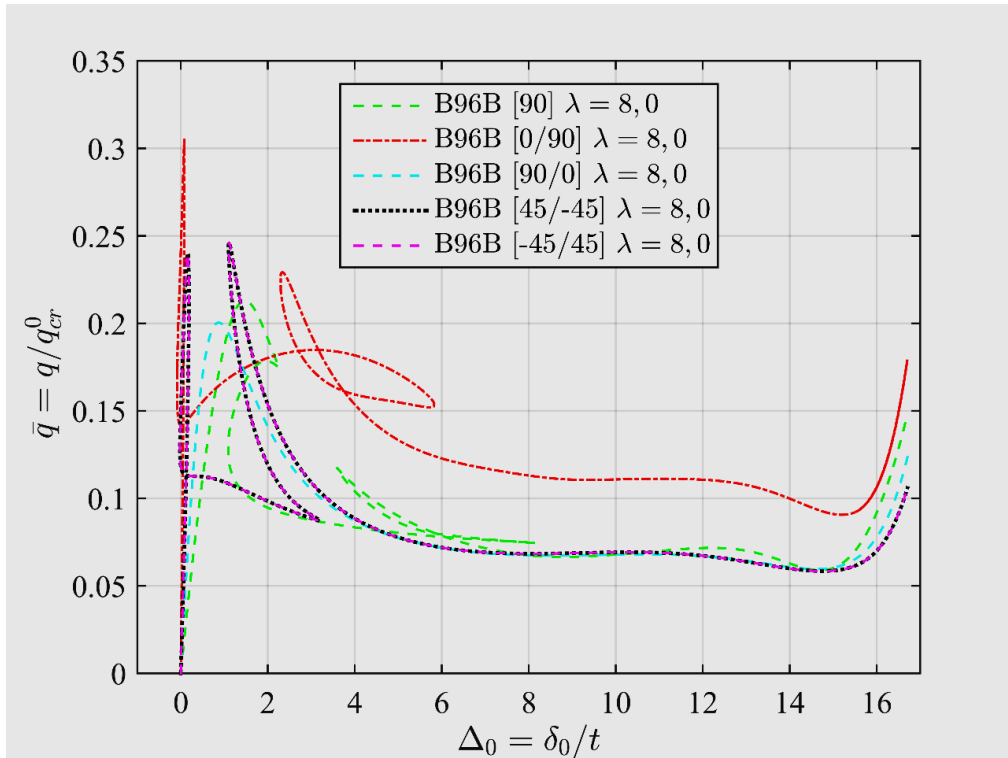
Chòm cầu	a (mm)	R (mm)	t (mm)	λ
B96A	170	1853	2,14	5,0
B96B	170	1853	0,84	8,0
B96C	170	1853	0,54	10,0

Hình 4 thể hiện chuyển vị đỉnh của chòm cầu B96A có độ mảnh $\lambda = 5,0$ với các cách bố trí lớp composite khác nhau. Ta có thể thấy rằng lực mất ổn định trong trường hợp một lớp cốt sợi với góc bố trí 0° là lớn nhất, do khi này phương kính tuyến của chòm cầu có mô đun đàn hồi lớn nên độ cứng chống uốn của chòm cầu tốt hơn các trường hợp còn lại. Trường hợp chòm cầu gồm hai lớp $[0/90]$ và $[90/0]$, ta thấy cách bố trí $[0/90]$ cho lực ổn định lớn hơn vì tận dụng được khả năng chống uốn của lớp dưới có mô đun đàn hồi lớn. Trong khi đó cách bố trí lớp $[90/0]$ dễ mất ổn định nhất trong các trường hợp khảo sát. Các chòm cầu $[45/-45]$ và $[-45/45]$ cho kết quả chuyển vị đỉnh chòm cầu tương tự nhau.

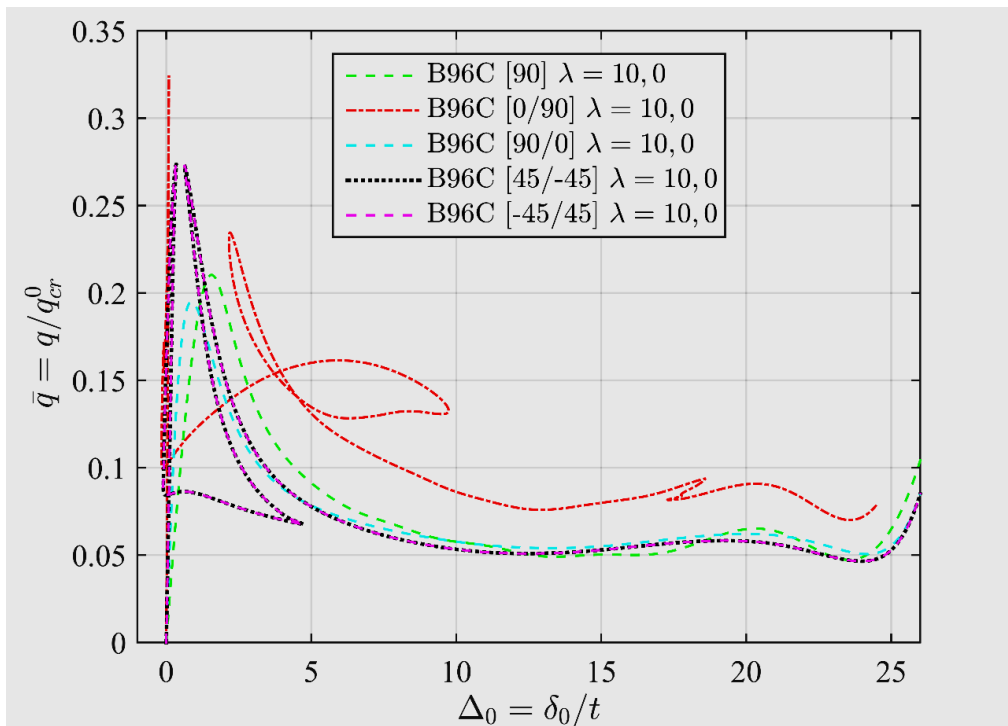


Hình 4: Chuyển vị tại đỉnh chòm cầu B96A.

PHÂN TÍCH MẤT ỔN ĐỊNH CHỖM CẦU COMPOSITE NHIỀU LỚP



Hình 5: Chuyển vị tại đỉnh chòm cầu B96B.



Hình 6: Chuyển vị tại đỉnh chòm cầu B96C.

Hình 5 và 6 biểu diễn kết quả chuyển vị đỉnh của chòm cầu B96B và B96C có độ mảnh lần lượt là $\lambda = 8,0$ và $\lambda = 10,0$. Ta có thể thấy rằng lực mất ổn định trong trường hợp hai lớp cốt sợi với góc bố trí $[0/90]$ là lớn nhất. Đường cong chuyển vị đỉnh của chòm cầu tương đối phức tạp, khi đạt giá trị tải trọng tới hạn, đỉnh của chòm cầu chuyển vị đi lên là thậm chí cao hơn vị trí ban đầu chưa chịu tải trọng. Trong khi đó cách bố trí lớp $[90/0]$ có lực tới hạn nhỏ nhất tương tự trường hợp $\lambda = 5,0$. Đồng thời kết quả chuyển

vị đỉnh chòm cầu với các cách bố trí lớp [45/-45] và [-45/45] là tương tự nhau.

Ta có thể thấy với chòm cầu một lớp cốt sợi [90] với độ mảnh lớn $\lambda = 8,0$ và $\lambda = 10,0$ thì sự chênh lệch lực tới hạn là không đáng kể, đường cong chuyển vị giai đoạn đầu mất ổn định là tương tự tuy nhiên giai đoạn sau của mất ổn định tương đối khác nhau. Đối với trường hợp $\lambda = 5,0$ thì quá trình mất ổn định diễn ra đơn giản hơn, tải trọng tới hạn nhỏ hơn và chuyển vị đỉnh chòm cầu ít hơn trước khi mất ổn định hoàn toàn. Với chòm cầu hai lớp cốt sợi [0/90] thì quá trình mất ổn định diễn ra phức tạp hơn trường hợp một lớp [90], tải trọng tới hạn lớn hơn do vỏ có độ cứng lớn hơn. Vỏ có độ mảnh nhỏ hơn ($\lambda = 5,0$) thì chuyển vị đỉnh chòm cầu lại lớn hơn ($\lambda = 8,0$ và $\lambda = 10,0$) trước khi mất ổn định hoàn toàn. Quá trình mất ổn định của vỏ [90/0] diễn ra đơn giản hơn so với trường hợp [0/90]. Tuy nhiên khác trường hợp chòm cầu [0/90], với các độ mảnh khác nhau chuyển vị đỉnh chòm cầu không khác biệt nhiều trước khi mất ổn định hoàn toàn. Ta có thể thấy không có sự khác biệt giữa các đồ thị khi bố trí các lớp vật liệu theo góc [45/-45] hay [-45/45]. Đối với chòm cầu có độ mảnh lớn $\lambda = 8,0$ và $\lambda = 10,0$ thì đường cong chuyển vị có hình dạng tương tự, trong khi chòm cầu có độ mảnh nhỏ $\lambda = 5,0$ thì đường chuyển vị đỉnh biến đổi đơn giản hơn, lực tới hạn nhỏ hơn.

4 KẾT LUẬN

Bài báo đã nghiên cứu phân tích phần tử hữu hạn góc xoay trung bình cho bài toán ổn định của chòm cầu composite nhiều lớp sử dụng phần tử 9 nút ANS. Mô hình chòm cầu được xây dựng trên hệ tọa độ cầu. Phương pháp phần tử hữu hạn được xây dựng theo dạng thức tổng Lagrange. Hệ phương trình phi tuyến được giải bằng phương pháp điều khiển chuyển vị (Riks-Wemper).

Các kết quả phân tích ổn định sử dụng phần tử hữu hạn góc xoay trung bình cho kết quả hình dạng đồ thị chuyển vị tại điểm giữa của chòm cầu đồng chất khá phù hợp với kết quả thực nghiệm của Yamada và Uchiyama.

Quá trình mất ổn định của chòm cầu composite bị ảnh hưởng đáng kể bởi cách sắp xếp thứ tự của các lớp composite. Có sự chênh lệch về chuyển vị giữa chòm cầu một lớp [0] và [90], hai lớp [90/0] và [0/90] do độ cứng các phương bị thay đổi. Đối với chòm cầu hai lớp [-45/45] và [45/-45], đồ thị mất ổn định chưa thể hiện sự chênh lệch do thứ tự sắp xếp các lớp.

Độ mảnh của chòm cầu có ảnh hưởng đến trạng thái mất ổn định của chòm cầu. Khi độ mảnh tăng thì lực tới hạn tăng hay giảm phụ thuộc vào cách bố trí các lớp composite. Tuy nhiên sự tăng độ mảnh dẫn đến tăng chuyển vị đỉnh của chòm cầu và quá trình mất ổn định của đỉnh chòm cầu diễn ra phức tạp hơn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] G. Laschet, J.-P. Jeusette, Postbuckling finite element analysis of composite panels, *Composite Structures*, vol.14, pp. 35-48, 1990.
- [2] W. Wagner, On formulation of geometrically nonlinear finite elements for fiber reinforced cylindrical shells, in *Statik und Dynamik in Konstruktiven Ingenieurbau*, Festschrift Wilfried B. Krätzig, SFB 151 – Berichte nr 23, B3-B10, in German, 1992.
- [3] A. J. M. Ferreira, J. T. Barbosa, Buckling behaviour of composite shells, *Composite Structures*, vol.50, pp. 93-98, 2000.
- [4] R. Rikards, A. Chate, O. Ozolinsh, Analysis for buckling and vibrations of composite stiffened shells and plates, *Composite Structures*, vol.51, pp. 361-370, 2001.
- [5] V. T. T. Anh, Phân tích ổn định phi tuyến của vỏ cầu làm bằng vật liệu composite FGM, *Luận án Tiến sĩ*, Đại học Quốc gia Hà Nội, 2017.
- [6] N. V. Hiếu, Đ. T. P. Anh, C. Đ. Thành, L. V. Hải, Phân tích tĩnh kết cấu tấm/vỏ composite chịu uốn với độ võng lớn dùng phần tử tứ giác tron 24 bậc tự do, *Tuyển tập hội nghị cơ học vật rắn biến dạng toàn quốc lần thứ 12*, trang 567-574, Đà Nẵng, 2015.
- [7] V. D. Thắng, H. N. Đức, Phân tích mất ổn định của vỏ trụ composite nhiều lớp, *Kỷ yếu Hội thảo khoa học Công nghệ xây dựng tiên tiến hướng đến phát triển bền vững*, trang 68-73, Đà Nẵng, 2015.
- [8] A.F. Palmerio., J.N. Reddy., R Schmidt, On a moderate rotation theory of laminated anisotropic shells – part 2. finite-element analysis, *Int. J. NonLinear Mechanics*, 25(6), pp. 701-714, 1990.

PHÂN TÍCH MẮT ỔN ĐỊNH CHỖM CẦU COMPOSITE NHIỀU LỚP

- [9] I. Kreja, R. Schmidt, Moderate rotation shell theory in FEM application, *Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej* (Research Transactions of Gdansk University of Technology), 522, pp. 229-249, 1995.
- [10] K. C. Park, Improved strain interpolation for curved C^0 elements, *International journal for numerical methods in engineering*, vol.22, pp. 281–288, 1986.
- [11] K. C. Park, G. M. Stanley, A curved C^0 shell element based on assumed natural coordinate strains, *Journal of Applied Mechanics*, vol.108, pp. 278–290, 1986.
- [12] E. Riks, The incremental solution of some basic problems in elastic stability, *Technical Report NLR TR 74005 U*, National Aerospace Laboratory, The Netherlands, 1974.
- [13] E. Riks, An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems, *International Journal of Solids and Structures*, vol.15, pp. 529–551, 1979.
- [14] E. Riks, Some computational aspects of the stability analysis of nonlinear structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.57, pp. 219–259, 1984.
- [15] G. A. Wempner, *Mechanics of solids with Application to Thin Bodies*, McGraw-Hill, New York, 1973.
- [16] S. Yamada, M. Uchiyama, Experimental investigation of the buckling of shallow spherical shells, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol.18, pp. 37–54, 1983.
- [17] H. Weinitschke, On the stability problem for shallow spherical shells, *Journal of Mathematical Physics*, vol.38, pp. 209–23, 1960.

STABILITY ANALYSIS OF LAMINATED COMPOSITE SPHERICAL SHELL CAPS

ĐẶNG NGUYỄN NGỌC SANG¹, MAI THỊ HOA², VŨ DUY THẮNG^{3*}

¹ *Construction Investment Project Management Board Chau Phu, An Giang,*

² *Faculty of Civil Engineering, MienTay Construction University,*

³ *Faculty of Civil Engineering, Industrial University of HoChiMinh city;*

* *Corresponding author: vuduythang@iuh.edu.vn*

Abstract. The paper presents the stability finite element analysis for the multilayer composite spherical caps according to the moderate rotation theory. The study employs ANS 9-node elements and total Lagrangian finite element form. The spherical cap is uniformly loaded and clamped around. The stability of spherical caps is analyzed by taking into account the thickness, number of layers, and arrangement of composite layers. The displacement control method (Riks-Wemper) is used to solve the nonlinear stability equation. The stability analysis results of the isotropic spherical cap are compared with the experiment results of other authors.

Key words: Moderate rotation theory, finite element analysis, composite spherical cap, structural stability.

Ngày nhận bài: 06/04/2023

Ngày chấp nhận đăng: 02/08/2023