

HIỆU ỨNG NÉN BIÊN ĐỘ TRỰC GIAO BIEXCITON CỦA TRẠNG THÁI KẾT HỢP PHI TUYẾN CHẶN-LỀ TRONG CHẤT BÁN DẪN

ĐẶNG HỮU ĐỊNH

Khoa Công nghệ Điện tử, Trường Đại học Công nghiệp Thành phố Hồ Chí Minh;
danghuudinh@iuh.edu.vn

DOIs: <https://doi.org/10.46242/jstiuh.v57i03.4393>

Tóm tắt. Bài báo này nghiên cứu hiệu ứng nén biên độ trực giao biexciton thông qua một hệ tương tác lượng tử giữa photon, exciton và biexciton trong trạng thái kết hợp phi tuyến chặn-lề. Trên cơ sở các tiêu chuẩn nén đã có, chúng tôi đưa ra các biểu thức giải tích tường minh cho cấp độ nén biên độ trực giao biexciton trong trạng thái này. Kết quả khảo sát chỉ ra rằng nén biên độ trực giao biexciton xuất hiện trong trạng thái kết hợp phi tuyến chặn-lề. Độ nén phụ thuộc vào các đặc tính của biexciton, các tham số nén cũng như các hàm phi tuyến. Đặc biệt, khi hàm phi tuyến tương ứng với hàm kết hợp Gilmore-Perelomov, độ nén nhận giá trị lớn nhất.

Từ khóa. Nén biên độ trực giao biexciton; Trạng thái kết hợp phi tuyến chặn-lề.

1. GIỚI THIỆU

Lý thuyết về trạng thái kết hợp được R. I. Glauber [1] đưa ra vào đầu thập niên 60 của thế kỷ 20 và ông đã tiên đoán hiện tượng hoàn toàn lượng tử là antibunching (phản kết chùm). Kể từ đó, các trạng thái phi cổ điển lần lượt được đề xuất và các nhà vật lý cả lý thuyết cũng như thực nghiệm luôn quan tâm nghiên cứu. Trạng thái nén được Stoler đưa ra đó là những trạng thái mà độ thăng giáng của một đại lượng nào đó có thể nhỏ hơn giá trị tương ứng của trạng thái bất định cực tiểu đối xứng [2]. Các trạng thái phi cổ điển kế tiếp là trạng thái kết hợp cặp [3], trạng thái kết hợp chặn-lề [4], [5]. Về sau chúng đã được phát triển thành các trạng thái kết hợp phi tuyến với rất nhiều hiệu ứng phi cổ điển và đã đưa ra nhiều ứng dụng khác nhau. Một số trạng thái thuộc lớp này là trạng thái kết hợp phi tuyến [6], [7], trạng thái kết hợp phi tuyến điện tích [8], trạng thái kết hợp phi tuyến chặn-lề [9], [10] và trạng thái kết hợp phi tuyến thêm photon biến dạng chặn-lề [11].

Việc nghiên cứu các hiệu ứng nén của các trạng thái phi cổ điển đã thu hút sự chú ý trong cộng đồng vật lý trong nhiều thập kỷ qua và vẫn đang là chủ đề được quan tâm hiện nay, đặc biệt là trong việc mở rộng nó tới các boson nặng trong hệ nguyên tử cũng như trong vật chất cô đặc. Việc khai thác ánh sáng trong mạng thông tin liên lạc đem đến nhiều thành quả to lớn vì nhiều ưu điểm của nó như tốc độ cao, độ tương thích cao, khả năng bảo mật, miễn nhiễm tốt, ...

Trạng thái kết hợp phi tuyến chặn-lề đã được đề xuất bởi Mancini [9]. Đây là một trạng thái phi cổ điển nên có các tính chất lượng tử đáng được lưu ý như tính phản kết chùm, tính đan rối, tính thống kê Sub-Poisson, hiệu ứng nén và sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz. Các tính chất phi cổ điển của trạng thái nêu trên đã được nghiên cứu [5], [6], [8], [10], [11]. Tuy nhiên, việc nghiên cứu hiệu ứng nén biên độ trực giao biexciton của trạng thái kết hợp phi tuyến chặn-lề vẫn chưa được đề cập tới. Chúng tôi sẽ nghiên cứu hiệu ứng này dựa vào định nghĩa biên độ trực giao phụ thuộc vào thời gian η và độ nén của biên độ trực giao biexciton. Chúng tôi hy vọng rằng việc khảo sát “Hiệu ứng nén biên độ trực giao biexciton của trạng thái kết hợp phi tuyến chặn-lề” sẽ góp phần vào các nghiên cứu ứng dụng làm giảm nhiễu tín hiệu trong việc truyền thông tin lượng tử.

2. TRẠNG THÁI KẾT HỢP PHI TUYẾN CHẶN-LỀ

Các trạng thái kết hợp phi tuyến được định nghĩa như hàm riêng của toán tử hủy biến dạng [6]

$$\hat{a}f(\hat{n})|\beta, f\rangle = \beta|\beta, f\rangle, \quad (1)$$

HIỆU ỨNG NÉN BIÊN ĐỘ....

trong đó \hat{a} là toán tử hủy của dao động tử điều hòa, $f(\hat{n})$ là hàm biến dạng và là hàm của toán tử \hat{n} . Toán tử hủy biến dạng $\hat{a}f(\hat{n})$ được đưa ra từ việc nghiên cứu một dao động tử điều hòa mà tần số phụ thuộc vào năng lượng của nó.

Trạng thái kết hợp phi tuyến được biểu diễn theo trạng thái Fock như sau:

$$|\beta, f\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle. \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) sau đó biến đổi ta được

$$|\beta, f\rangle = C_{\beta} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n}{\sqrt{n!} f(n)!} |n\rangle, \quad (3)$$

trong đó C_{β} là hệ số chuẩn hóa của trạng thái kết hợp phi tuyến $|\beta, f\rangle$. Từ đó, ta có một số tính chất của trạng thái kết hợp phi tuyến:

- Nếu chuẩn hóa các trạng thái phi tuyến về đơn vị, nghĩa là cho $\langle\beta, f | \beta, f\rangle = 1$ thì ta được

$$C_{\beta} = \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^{2n}}{n! [f(n)!]^2} \right]^{-1/2}. \quad (4)$$

Kết hợp (4) và (3), ta có

$$|\beta, f\rangle = \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^{2n}}{n! [f(n)!]^2} \right]^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n}{\sqrt{n!} f(n)!} |n\rangle. \quad (5)$$

- Các trạng thái kết hợp phi tuyến không trực giao với nhau

$$\langle\beta, f | \alpha, f\rangle \neq 0. \quad (6)$$

- Trạng thái kết hợp phi tuyến là dạng tổng quát của trạng thái kết hợp thông thường. Khi $f(\hat{n}) = 1$ thì $|\beta, f\rangle$ trở về dạng $|\beta\rangle$.

- Phân giải đơn vị của $|\beta, f\rangle$ được viết dưới dạng

$$\int d\mu(\beta) |\beta, f\rangle \langle\beta, f| = 1. \quad (7)$$

Khai triển $|\beta, f\rangle$ theo trạng thái Fock thì công thức (7) trở thành

$$\int d\mu(\beta) C_{\beta}^2 \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{(\beta^*)^n \beta^m}{\sqrt{n!} f(n)! \sqrt{m!} f(m)!} |m\rangle \langle n| = 1. \quad (8)$$

Trạng thái kết hợp phi tuyến chẵn (KHPTC) và trạng thái kết hợp phi tuyến lẻ (KHPTL) là tổ hợp tuyến tính của các trạng thái $|\beta, f\rangle$ và $|\beta, f\rangle$.

$$|\beta, f\rangle_{ch} = C_{ch} (|\beta, f\rangle + |\beta, f\rangle). \quad (9)$$

Trạng thái KHPTL $|\beta, f\rangle_l$ là tổ hợp tuyến tính phản đối xứng của $|\beta, f\rangle$ và $|\beta, f\rangle$

$$|\beta, f\rangle_l = C_l(|\beta, f\rangle - |-\beta, f\rangle), \quad (10)$$

trong đó, C_{ch} và C_l là hệ số chuẩn hóa tương ứng của $|\beta, f\rangle_{ch}$ và $|\beta, f\rangle_l$. Do đó, trạng thái KHPTC và KHPTL là các trạng thái riêng của toán tử hủy hai hạt biến dạng

$$\begin{aligned} \hat{a}^2 f(\hat{n})|\beta, f\rangle_{ch} &= \beta^2 |\beta, f\rangle_{ch}, \\ \hat{a}^2 f(\hat{n})|\beta, f\rangle_l &= \beta^2 |\beta, f\rangle_l. \end{aligned} \quad (11)$$

Thực hiện khai triển trạng thái KHPTC và KHPTL trong không gian Fock ta được

$$\begin{aligned} |\beta, f\rangle_{ch} &= C_{ch} C_\beta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n + (-\beta)^n}{\sqrt{n!} f(n)!} |n\rangle, \\ |\beta, f\rangle_l &= C_l C_\beta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n - (-\beta)^n}{\sqrt{n!} f(n)!} |n\rangle. \end{aligned} \quad (12)$$

Nếu được viết lại với trạng thái số hạt chẵn và số hạt lẻ thì công thức (12) trở thành

$$\begin{aligned} |\beta, f\rangle_{ch} &= C_{ch} C_\beta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^{2n}}{\sqrt{(2n)!} f(2n)!} |2n\rangle, \\ |\beta, f\rangle_l &= C_l C_\beta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^{2n+1}}{\sqrt{(2n+1)!} f(2n+1)!} |2n+1\rangle. \end{aligned} \quad (13)$$

Các tính chất của trạng thái KHPTC và KHPTL:

- Hệ số chuẩn hóa thu được sau khi chuẩn hóa trạng thái KHPTC và KHPTL là

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_{ch} &= \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta|^{4n}}{(2n)! [f(2n)!]^2} \right]^{-1/2}, \\ \mathcal{N}_l &= \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta|^{2(2n+1)}}{(2n+1)! [f(2n+1)!]^2} \right]^{-1/2}, \end{aligned} \quad (14)$$

trong đó $\mathcal{N}_{ch} = C_{ch} C_\beta$, $\mathcal{N}_l = C_l C_\beta$. Do vậy, biểu thức dạng khai triển của trạng thái KHPTC và KHPTL đã được chuẩn hóa có dạng

$$|\beta, f\rangle_{ch} = \mathcal{N}_{ch} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^{2n}}{\sqrt{(2n)!} f(2n)!} |2n\rangle, \quad (15)$$

$$|\beta, f\rangle_l = \mathcal{N}_l \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^{2n+1}}{\sqrt{(2n+1)!} f(2n+1)!} |2n+1\rangle. \quad (16)$$

- Các trạng thái KHPTC và KHPTL chúng không tự trực giao với nhau nhưng trạng thái KHPTC trực giao với trạng thái KHPTL

HIỆU ỨNG NÉN BIÊN ĐỘ....

$$\begin{aligned} {}_{ch}\langle \beta, f | \alpha, f \rangle_{ch} &\neq 0; {}_l\langle \beta, f | \alpha, f \rangle_l \neq 0, \\ {}_{ch}\langle \beta, f | \alpha, f \rangle_l &= {}_l\langle \beta, f | \alpha, f \rangle_{ch} = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

- Tập hợp tất cả các trạng thái KHPTC hoặc tất cả các trạng thái KHPTL không phải là hệ đủ, nhưng tập hợp tất cả các trạng thái kết hợp phi tuyến chắn và lẻ tạo thành một hệ cơ sở đủ, tức phân giải đơn vị

$$C = \int d\mu(\beta) (| \beta, f \rangle_{ch} {}_{ch}\langle \beta, f | + | \beta, f \rangle_l {}_l\langle \beta, f |) = 1. \quad (18)$$

- Trong giới hạn tuyến tính $f(\hat{n})=1$ thì trạng thái KHPTC và KHPTL trở thành trạng thái KHC và KHL thông thường.

- Trường hợp $f(\hat{n}) = \sqrt{(q^n - q^{-n}) / n(q - q^{-1})}$ với $0 < q < 1$ thì trạng thái KHPTC và KHPTL sẽ phụ thuộc vào tham số biến dạng q .

3. NÉN BIÊN ĐỘ TRỰC GIAO CỦA BIEXCITON TRONG TRẠNG THÁI KẾT HỢP PHI TUYẾN CHẮN-LẺ

3.1 Phương sai biên độ trực giao của biexciton

Biên độ trực giao của biexciton phụ thuộc vào thời gian η được định nghĩa bởi [12]

$$\hat{Y}_M(\varphi, \eta) = \frac{1}{2} [\hat{M}^+(\eta) \exp(i\varphi) + \hat{M}(\eta) \exp(-i\varphi)], \quad (19)$$

với φ là góc xác định hướng của $\hat{Y}_M(\varphi, \eta)$ trong mặt phẳng phức. Dạng tường minh của $\hat{Y}_M(\varphi, \eta)$ là

$$\hat{Y}_M(\varphi, \eta) = \hat{Y}_M(\varphi) \left[1 - \frac{\eta^2}{2} (1 + \hat{N}_C + \hat{N}_A) \right] + \frac{i\eta}{2} [\exp(i\varphi) \hat{C}^+ \hat{A}^+ - \exp(-i\varphi) \hat{C} \hat{A}], \quad (20)$$

trong đó \hat{N}_C, \hat{N}_A là toán tử số hạt photon, exciton; \hat{C}^+, \hat{C} và \hat{A}^+, \hat{A} lần lượt là toán tử sinh, hủy photon và exciton.

Phương sai biên độ trực giao của biexciton có dạng

$$\begin{aligned} VY_M(\varphi, \eta) &= VY_M(\varphi) - \eta^2 \{ (1 + \langle \hat{N}_C \rangle + \langle \hat{N}_A \rangle) VY_M(\varphi) \\ &\quad + \frac{1}{4} [\langle (\exp(i\varphi) \hat{C}^+ \hat{A}^+ - \exp(-i\varphi) \hat{C} \hat{A})^2 \rangle - \langle \exp(i\varphi) \hat{C}^+ \hat{A}^+ - \exp(-i\varphi) \hat{C} \hat{A} \rangle^2] \}, \end{aligned} \quad (21)$$

trường hợp biexciton ban đầu ở trạng thái kết hợp thì $VY_M(\varphi) = 1/4$ và độ nén của biên độ trực giao biexciton được định nghĩa như sau:

$$\mathcal{P}_\varphi \equiv \frac{4VY_M(\varphi, \eta) - 1}{2\eta^2} = \Re[\exp(-2i\varphi) (\langle \hat{C} \rangle^2 \langle \hat{A} \rangle^2 - \langle \hat{C}^2 \rangle \langle \hat{A}^2 \rangle)] + \langle \hat{N}_C \rangle \langle \hat{N}_A \rangle - |\langle \hat{C} \rangle|^2 |\langle \hat{A} \rangle|^2. \quad (22)$$

Biên độ trực giao của biexciton được nén ở thời điểm η nếu $VY_M(\varphi, \eta) < 1/4$ nghĩa là độ nén âm ($\mathcal{P}_\varphi < 0$), tốc độ nén càng nhanh khi độ nén này càng âm (với cùng một thời gian).

3.2 Nén biên độ trực giao của biexciton trong trạng thái kết hợp phi tuyến chắn-lẻ

Chúng ta xét đến sự chuyển dời của biexciton từ trạng thái kết hợp sang trạng thái nén. Đối với photon và exciton, ta xét trạng thái ban đầu gồm KHPTC, KHPTL hoặc nén.

3.2.1 Photon KHPTC, exciton KHPTC

Trạng thái ban đầu của hệ là

$$\Psi = |\beta_c, f\rangle_{ch} \otimes |\beta_a, f\rangle_{ch} \otimes |\beta_m\rangle, \quad (23)$$

với $|\beta_c, f\rangle_{ch}, |\beta_a, f\rangle_{ch}, |\beta_m\rangle$ lần lượt là trạng thái KHPTC của photon, exciton và trạng thái kết hợp của biexciton.

Chúng ta thực hiện khảo sát giá trị độ nén \mathcal{P}_φ ở công thức (22) bằng cách tính các giá trị trung bình của photon và exciton theo trạng thái ban đầu của hệ, đồng thời sử dụng phần mềm toán học Mathematica để tính toán số và vẽ đồ thị khi khảo sát hiệu ứng nén biên độ trực giao biexciton của trạng thái kết hợp phi tuyến chẵn lẻ này.

Các giá trị trung bình của photon và exciton ở trạng thái KHPTC:

$$\begin{aligned} {}_{ch}\langle \hat{C} \rangle_{ch} &= 0, \quad {}_{ch}\langle \hat{C}^2 \rangle_{ch} = 0, \\ {}_{ch}\langle \hat{C}^2 \rangle_{ch} &= |\mathcal{N}_{ch}^c|^2 \beta_c^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_c|^{4n}}{(2n)! f(2n)! f(2n+2)!}, \\ {}_{ch}\langle \hat{N}_C \rangle_{ch} &= |\mathcal{N}_{ch}^c|^2 |\beta_c|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_c|^{4n}}{(2n)! [f(2n+1)!]^2}. \end{aligned}$$

Tương tự, ta có

$$\begin{aligned} {}_{ch}\langle \hat{A} \rangle_{ch} &= 0, \quad {}_{ch}\langle \hat{A}^2 \rangle_{ch} = 0, \\ {}_{ch}\langle \hat{A}^2 \rangle_{ch} &= |\mathcal{N}_{ch}^a|^2 \beta_a^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_a|^{4n}}{(2n)! f(2n)! f(2n+2)!}, \\ {}_{ch}\langle \hat{N}_A \rangle_{ch} &= |\mathcal{N}_{ch}^a|^2 |\beta_a|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_a|^{4n}}{(2n)! [f(2n+1)!]^2}. \end{aligned}$$

Thay các giá trị trung bình trên vào (22) ta tính được độ nén

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_\varphi &= r_c^2 r_a^2 |\mathcal{N}_{ch}^c|^2 |\mathcal{N}_{ch}^a|^2 \left[\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_c|^{4n}}{(2n)! [f(2n+1)!]^2} \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_a|^{4n}}{(2n)! [f(2n+1)!]^2} \right) \right. \\ &\quad \left. - \cos[2(\varphi - \theta_a - \theta_c)] \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_c|^{4n}}{(2n)! f(2n)! f(2n+2)!} \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_a|^{4n}}{(2n)! f(2n)! f(2n+2)!} \right) \right], \end{aligned} \quad (24)$$

trong đó $\beta_c = r_c \exp(i\theta_c)$; r_c, θ_c là số thực, mô tả trạng thái kết hợp photon và tương tự cho trạng thái kết hợp của exciton và biexciton.

3.2.2 Photon KHPTL, exciton KHPTL

Trạng thái ban đầu của hệ lúc này là

$$\Psi = |\beta_c, f\rangle_l \otimes |\beta_a, f\rangle_l \otimes |\beta_m\rangle, \quad (25)$$

với $|\beta_c, f\rangle_l, |\beta_a, f\rangle_l$ lần lượt là trạng thái KHPTC của photon và exciton.

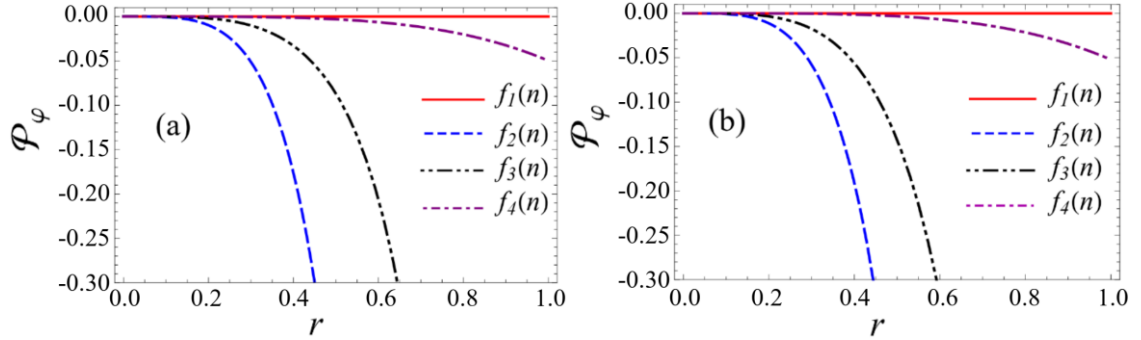
Các giá trị trung bình của photon và exciton ở trạng thái KHPTL là

$$\begin{aligned} {}_l\langle \hat{C} \rangle_l &= 0, \quad {}_l\langle \hat{C}^2 \rangle_l = 0, \quad {}_l\langle \hat{A} \rangle_l = 0, \quad {}_l\langle \hat{A}^2 \rangle_l = 0, \\ {}_l\langle \hat{C}^2 \rangle_l &= |\mathcal{N}_l^c|^2 \beta_c^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_c|^{4n+2}}{(2n+1)! f(2n+1)! f(2n+3)!}, \\ {}_l\langle \hat{A}^2 \rangle_l &= |\mathcal{N}_l^a|^2 \beta_a^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_a|^{4n+2}}{(2n+1)! f(2n+1)! f(2n+3)!}, \\ {}_l\langle \hat{N}_C \rangle_l &= {}_l\langle \beta_c, f | \hat{C}^+ \hat{C} | \beta_c, f \rangle_l = |\mathcal{N}_l^c|^2 |\beta_c|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_c|^{4n+2}}{(2n+1)! [f(2n+2)!]^2}, \end{aligned}$$

$${}_l\langle \hat{N}_A \rangle_l = {}_l\langle \beta_a, f | \hat{A}^\dagger \hat{A} | \beta_a, f \rangle_l = |\mathcal{N}_l^a|^2 |\beta_a|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_a|^{4n+2}}{(2n+1)! [f(2n+2)!]^2}.$$

Sau khi thay các giá trị trung bình của photon và exciton trong trạng thái KHPTL, thì độ nén tính được trong trường hợp này là

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_\varphi = & r_c^2 r_a^2 |\mathcal{N}_l^c|^2 |\mathcal{N}_l^a|^2 \left[\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_c|^{4n+2}}{(2n+1)! [f(2n+2)!]^2} \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_a|^{4n+2}}{(2n+1)! [f(2n+2)!]^2} \right) \right. \\ & \left. - \cos[2(\varphi - \theta_c - \theta_a)] \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_c|^{4n+2}}{(2n+1)! f(2n+1)! f(2n+3)!} \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_a|^{4n+2}}{(2n+1)! f(2n+1)! f(2n+3)!} \right) \right]. \end{aligned} \quad (26)$$



Hình 1: Sự phụ thuộc của \mathcal{P}_φ vào $r = r_a = r_c$ đối với photon KHPTC, exciton KHPTC (a) và photon KHPTL, exciton KHPTL (b), khi chọn $\theta_c = \theta_a = 0$, $\varphi = 0(\pi)$, các hàm khảo sát $f_1(n) = 1$; $f_2(n) = 1/\sqrt{n+2\kappa-1}$, $\kappa = 1/2, 3/2, \dots$; $f_3(n) = \sqrt{n+2}/(n+1)$ và $f_4(n) = \{1 - [1/(1+n)]\}^{-1}$.

Cấp độ nén biexciton \mathcal{P}_φ đối với photon trong trạng thái KHPTC, exciton KHPTC và photon trong trạng thái KHPTL, exciton KHPTL ở công thức (26) được khảo sát theo biên độ kết hợp $r = r_a = r_c$, khi chọn $\theta_c = \theta_a = 0$, $\varphi = 0(\pi)$, với hàm $f_1(n) = 1$ sẽ chuyển các trạng thái đang khảo sát về dạng tuyến tính, hàm $f_2(n) = 1/\sqrt{n+2\kappa-1}$, $\kappa = 1/2, 1, 3/2, \dots$ là hàm phi tuyến xác định các trạng thái kết hợp Gilmore-Perelomov [8], hàm $f_3(n) = \sqrt{n+2}/(n+1)$ được thiết lập từ trạng thái kết hợp tương ứng với hàm phổ giống phổ hydrogen có mức phổ $e_n = 1 - [1/(n+1)]^2$, hàm $f_4(n) = \{1 - [1/(1+n)]\}^{-1}$ có dạng của hàm xác định trạng thái thêm photon, trong đó s là số nguyên không âm.

Qua việc sử dụng phần mềm Mathematica để vẽ đồ thị của \mathcal{P}_φ trong hai trường hợp ở mục a) và b), ta nhận thấy rằng tất cả các hàm phi tuyến đều cho độ nén $\mathcal{P}_\varphi \leq 0$, chỉ có hàm $f_1(n) = 1$ thì \mathcal{P}_φ luôn bằng 0. Khi ta cho $\mathcal{P}_\varphi = 0.3$ và tính theo các hàm được chọn lần lượt là $f_2(n)$, $f_3(n)$ và $f_4(n)$ thì các giá trị của biên độ kết hợp r tương ứng trong hai trường hợp a) và b) là 1.5628. Từ đồ thị ở hình 1 và các giá trị của r cho thấy rằng sự dịch chuyển của các đường biểu diễn trong hai trường hợp photon trong trạng thái KHPTC, exciton KHPTC và photon trong trạng thái KHPTL, exciton KHPTL là rất nhỏ. Như vậy, ta có thể kết luận rằng cấp độ nén trong hai trường hợp này với các hàm phi tuyến và tham số được chọn là sai khác rất ít. Cấp độ nén tăng theo giá trị của r và độ nén ứng với hàm phi tuyến $f_2(n)$ tăng nhanh nhất, kể đến là hàm $f_3(n)$. Khi r càng lớn thì độ nén càng tăng mạnh, tùy theo từng hàm được chọn thì giá trị cực đại của độ nén được xác định tại một giá trị của biên độ kết hợp r .

3.2.3 Photon KHPTL, exciton KHPTC

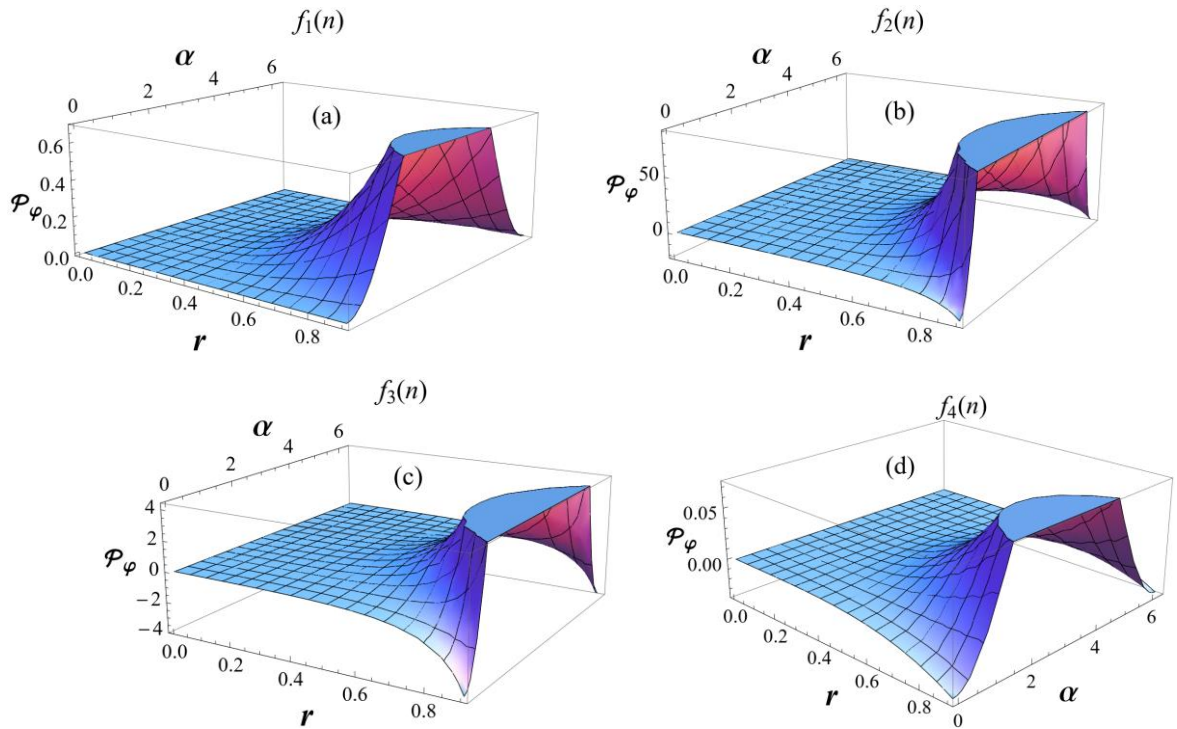
Trạng thái ban đầu của hệ có dạng sau:

$$\Psi = |\beta_c, f\rangle_l \otimes |\beta_a, f\rangle_{ch} \otimes |\beta_m\rangle, \quad (27)$$

Tương tự, độ nén trong trường hợp này tính được là

$$\mathcal{P}_\varphi = r_c^2 r_a^2 |\mathcal{N}_l^c|^2 |\mathcal{N}_{ch}^a|^2 \left[\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_c|^{4n+2}}{(2n+1)! [f(2n+2)!]^2} \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_a|^{4n}}{(2n)! [f(2n+1)!]^2} \right) - \cos[2(\varphi - \theta_c - \theta_a)] \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_c|^{4n+2}}{(2n+1)! f(2n+1)! f(2n+3)!} \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_a|^{4n}}{(2n)! f(2n)! f(2n+2)!} \right) \right]. \quad (28)$$

Giá trị của số hạng thứ hai trong dấu ngoặc kép [...] của phương trình (28) âm nhất khi ta chọn đại lượng $\cos(2[\varphi - \theta_c - \theta_a]) = 1$, lúc này luôn tồn tại một hướng nén $\varphi_{\max} = \theta_c + \theta_a + 2k\pi$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ để độ nén biexciton đạt cực đại. Trong phần khảo sát này, ta chọn $\theta_c = \theta_a = 0$, khi đó độ nén sẽ phụ thuộc vào biên độ kết hợp r và hướng nén φ .



Hình 2: Sự phụ thuộc của \mathcal{P}_φ vào $r = r_a = r_c$ và $\alpha = 2(\varphi - \theta_c - \theta_a)$ đối với photon KHPTL, exciton KHPTC, chọn $\theta_c = \theta_a = 0$ với các hàm khảo sát $f_1(n) = 1$; $f_2(n) = 1/\sqrt{n+2\kappa-1}$, $\kappa = 1/2, 1, 3/2, \dots$; $f_3(n) = \sqrt{n+2}/(n+1)$ và $f_4(n) = \{1 - [1/(1+n)]\}^{-1}$.

Hình 2 là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của hàm \mathcal{P}_φ vào biến $r = r_c = r_a$ và $\alpha = 2(\varphi - \theta_c - \theta_a)$. Trong trường hợp ở hình 2 (a), khi chọn $f_1(n) = 1$ thì độ nén $\mathcal{P}_\varphi \geq 0$ đối với $\forall (r, \alpha)$. Với các hàm phi tuyến $f_2(n)$, $f_3(n)$ và $f_4(n)$ được chọn và theo hướng nén cực đại $\varphi_{\max} = 2k\pi$ thì khả năng xuất hiện nén biexciton là lớn nhất và độ nén \mathcal{P}_φ sẽ tăng khi tham số r tăng, trong đó hàm phi tuyến $f_2(n)$ làm cho \mathcal{P}_φ tăng nhanh nhất khi r tăng (hình 2 (b)), kế tiếp đến hàm $f_3(n)$ (hình 2 (c)). Cấp độ nén sẽ giảm dần khi thay đổi hướng nén từ $2k\pi \rightarrow (2k+1)\pi$, tại $\varphi = (2k+1)\pi$ thì $\mathcal{P}_\varphi \geq 0$ với $\forall r$. Điều này có nghĩa là không tồn tại nén biexciton theo hướng nén này.

3.2.4 Photon nén, exciton KHPTC

Trạng thái ban đầu trong trường hợp này có dạng

HIỆU ỨNG NÉN BIÊN ĐỘ....

$$\Psi = |z_c, \beta_c\rangle \otimes |\beta_a, f\rangle_{ch} \otimes |\beta_m\rangle, \quad (29)$$

trong đó

$$|z_c, \beta_c\rangle = \exp(\beta_c \hat{C}^\dagger - \beta_c^* \hat{C}) \exp\left[\frac{1}{2}(z_c^* \hat{C}^2 - z_c \hat{C}^{\dagger 2})\right] |0\rangle, \quad (30)$$

với $z_c = s_c \exp(i\chi_c)$, s_c ; χ_c là các số thực, mô tả trạng thái nén photon.

Ta có các giá trị trung bình của photon ở trạng thái nén như sau:

$$\begin{aligned} \langle \hat{C} \rangle &= \langle z_c, \beta_c | \hat{C} | z_c, \beta_c \rangle = \beta_c, \\ \langle \hat{C}^2 \rangle &= \langle z_c, \beta_c | \hat{C}^2 | z_c, \beta_c \rangle = \beta_c^2 - \exp(i\chi_c) \sinh s_c \cosh s_c, \\ \langle \hat{N}_C \rangle &= \langle z_c, \beta_c | \hat{C}^\dagger \hat{C} | z_c, \beta_c \rangle = |\beta_c|^2 + \sinh^2 s_c, \\ |\langle \hat{C} \rangle|^2 &= |\langle z_c, \beta_c | \hat{C} | z_c, \beta_c \rangle|^2 = |\beta_c|^2. \end{aligned}$$

Độ nén của biên độ trực giao biexciton tính được trong trường hợp này là

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_\varphi &= \left(r_a^2 |\mathcal{N}_{ch}^a|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_a|^{4n}}{(2n)! f(2n)! f(2n+2)!} \right) \\ &\quad \times (\cos(\chi_c - 2\varphi + 2\theta_a) \sinh s_c \cosh s_c - r_c^2 \cos[2(\varphi - \theta_c - \theta_a)]) \\ &\quad + \left(r_a^2 |\mathcal{N}_{ch}^a|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_a|^{4n}}{(2n)! [f(2n+1)!]^2} \right) (r_c^2 + \sinh^2 s_c). \end{aligned} \quad (31)$$

3.2.5 Photon nén, exciton KHPTL

Trạng thái ban đầu trong trường hợp này có dạng

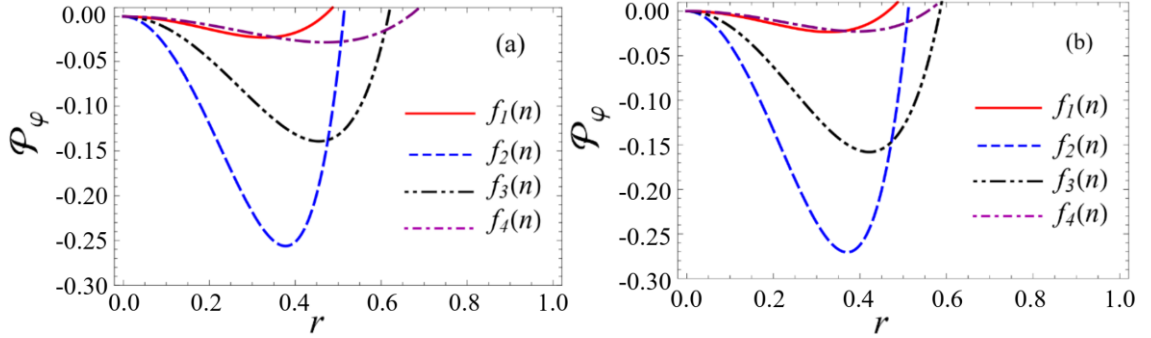
$$\Psi = |z_c, \beta_c\rangle \otimes |\beta_a, f\rangle_l \otimes |\beta_m\rangle, \quad (32)$$

Từ các giá trị trung bình của photon trong trạng thái nén và exciton trong trạng thái KHPTL, ta có độ nén biên độ trực giao biexciton trong trường hợp này sau khi tính được là

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_\varphi &= \left(r_a^2 |\mathcal{N}_l^a|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_a|^{4n+2}}{(2n+1)! f(2n+1)! f(2n+3)!} \right) \\ &\quad \times (\cos(\chi_c - 2\varphi + 2\theta_a) \sinh s_c \cosh s_c - r_c^2 \cos[2(\varphi - \theta_c - \theta_a)]) \\ &\quad + \left(r_a^2 |\mathcal{N}_l^a|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\beta_a|^{4n+2}}{(2n+1)! [f(2n+2)!]^2} \right) (r_c^2 + \sinh^2 s_c). \end{aligned} \quad (33)$$

Khảo sát giá trị của \mathcal{P}_φ trong hai trường hợp ở mục d) và e) theo hướng nén $\varphi = \pi/2 (3\pi/2)$, khi cho $\theta_c = \theta_a = 0$, lúc này góc pha nén photon $\chi_c = 0$. Độ nén $\mathcal{P}_\varphi < 0$ khi giá trị của biên độ kết hợp r còn bé. Khoảng giá trị âm của độ nén \mathcal{P}_φ có được tùy thuộc vào các hàm phi tuyến $f_1(n)$, $f_2(n)$, $f_3(n)$ và $f_4(n)$. Giá trị cực tiểu của \mathcal{P}_φ chính là cấp độ nén biexciton lớn nhất tương ứng lần lượt theo các hàm $f_1(n)$, $f_2(n)$, $f_3(n)$ và $f_4(n)$ được tính bằng phần mềm Mathematica trong hình 3 (a) (3 (b)) là $\mathcal{P}_\varphi = -0.023363(-0.023363)$, $-0.256192(-0.270542)$, $-0.139244(-0.158049)$, $-0.028747(-0.022704)$ và giá trị của biên độ kết hợp r trong cả hai trạng thái tại các cấp độ lớn nhất của độ nén tương ứng là $r = 0.32876(0.32876)$, $0.37763(0.37043)$, $0.45521(0.42171)$, $0.47047(0.39369)$. Khoảng giá trị của biên

độ r để xuất hiện nén biexciton trong trạng thái photon nén, exciton KHPTC ở hình 3 (a) lần lượt theo các hàm phi tuyến như trên là $0 \leq r \leq 0.46493$, $0 \leq r \leq 0.51289$, $0 \leq r \leq 0.61666$, $0 \leq r \leq 0.66377$, và trong trạng thái photon nén, exciton KHPTC ở hình 3 (b) là $0 \leq r \leq 0.46493$, $0 \leq r \leq 0.51157$, $0 \leq r \leq 0.58497$, $0 \leq r \leq 0.55658$. Nhìn vào kết quả khảo sát chúng ta thấy rằng khi dùng hàm $f_1(n)$ thì độ nén biến thiên theo r trong hai trạng thái khảo sát là giống nhau, còn đối với các hàm $f_2(n)$, $f_3(n)$ và $f_4(n)$ có sự chênh lệch về độ nén cực đại và khoảng giá trị r để tồn tại nén biexciton là không đáng kể.



Hình 3: Sự phụ thuộc của \mathcal{P}_φ vào $r = r_a = r_c$ đối với photon nén, exciton KHPTC (a) và photon nén, exciton KHPTL (b), khi chọn $\theta_c = \theta_a = 0$, $\varphi = \pi/2(3\pi/2)$, $\chi_c = 0$, các hàm khảo sát $f_1(n) = 1$; $f_2(n) = 1/\sqrt{n+2\kappa-1}$, $\kappa = 1/2, 1, 3/2, \dots$; $f_3(n) = \sqrt{n+2}/(n+1)$ và $f_4(n) = \{1 - [1/(1+n)]\}^{-1}$.

4. KẾT LUẬN

Tóm lại, chúng tôi đã khảo sát một miền năng lượng mô tả sự tương tác giữa các photon, exciton và biexciton ở gần giữa vùng Brillouin có khe vùng không gian trực tiếp hai băng đơn ở mật độ thấp trong chất bán dẫn. Vùng tương tác cho phép chuyển đổi photon và exciton thành biexciton và ngược lại. Trong các trạng thái đã khảo sát được khi ban đầu biexciton ở trạng thái kết hợp, photon ở trạng thái KHPTC (KHPTL) hoặc nén, exciton ở trạng thái KHPTC (KHPTL) thì nén biexciton sẽ không tồn tại khi hàm $f_1(n) = 1$. Nếu hàm phi tuyến sử dụng là $f_2(n)$, $f_3(n)$ và $f_4(n)$ thì luôn có thể xuất hiện nén biexciton, trong đó khi chọn hàm phi tuyến tương ứng với hàm kết hợp Gilmore-Perelomov thì độ nén nhận giá trị lớn nhất. Kết quả khảo sát cho thấy rằng độ nén phụ thuộc vào các đặc tính của biexciton, các tham số nén cũng như các hàm phi tuyến.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được hỗ trợ bởi kinh phí của Trường Đại học Công nghiệp TP. HCM, cấp cho hoạt động nghiên cứu khoa học của các giảng viên có học vị TS.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] R. J. Glauber, "Coherent and incoherent states of the radiation field," *Physical Review*, 131, 6, 2766-2788, 1963.
- [2] D. Stoler, "Equivalence Classes of Minimum Uncertainty Packets I," *Physical Review D*, 1, 12, 3217-3219, 1970.
- [3] G. S. Agarwal, "Generation of pair coherent states and squeezing via the competition of four-wave mixing and amplified spontaneous emission," *Physical Review Letters*, 57, 7, 827-830, 1986.
- [4] A. Dehghani, B. Mojaveri, and M. Mahdian, "New even and odd Coherent states attached to the hermite polynomials," *Reports on Mathematical Physics*, 75, 2, 267-277, 2015.
- [5] K. El Anouz, A. El Allati, and M. El Baz, "Teleporting quantum Fisher information for even and odd coherent states," *JOSA B*, 37, 1, 38-47, 2020.
- [6] R. L. de Matos Filho, and W. Vogel, "Nonlinear coherent states," *Physical Review A*, 54, 5, 4560-4563, 1996.
- [7] K. Ahbli, H. Kassogu e, P. K. Kikodio, and A. Kouraich, "A new generalization of nonlinear coherent states for the pseudoharmonic oscillator," *Analysis and Mathematical Physics*, 11, 2, 1-22, 2021.

- [8] F. Eftekhari, and M. K. Tavassoly, "On a general formalism of nonlinear charge coherent states, their quantum statistics and nonclassical properties," *International Journal of Modern Physics A*, 25, 17, 3481-3504, 2010.
- [9] S. Mancini, "Even and odd nonlinear coherent states," *Physics Letters A*, 233, 4-6, 291-296, 1997.
- [10] X. M. Liu, and B. Li, "Even and odd nonlinear charge coherent states and their nonclassical properties," *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 45, 41, 415307-1 - 415307-17, 2012.
- [11] B. Mojaveri, A. Dehghani, and B. Ali-Mohammadzadeh, "Even and Odd Deformed Photon Added Nonlinear Coherent States," *International Journal of Theoretical Physics*, 55, 1, 421-431, 2016.
- [12] Vo Tinh, and Nguyen Ba An, "Biexciton k th power amplitude squeezing due to optical exciton-biexciton conversion," *International Journal of Modern Physics B*, 14, 1, 91-100, 2000.

THE EFFECT OF BIEXCITON QUADRATURE AMPLITUDE SQUEEZING OF THE EVEN-ODD NONLINEAR COHERENT STATE IN SEMICONDUCTORS

DANG HUU DINH

*Faculty of Electronics Technology, Industrial University of Ho Chi Minh City
danghuudinh@iuh.edu.vn*

Abstract. This paper studies the orthogonal amplitude biexciton squeezing effect through a quantum interaction system between photons, excitons and biexcitons in the even-odd nonlinear coherent state. On the basis of existing squeezing criteria, we give an analytic expression for the degree orthogonal amplitude biexciton squeezing in this state. The survey results show that biexciton orthogonal amplitude squeezing occurs in the even-odd nonlinear coherent state. The degree of squeezing depends on the properties of the biexciton, the squeezing parameters as well as the nonlinear functions. In particular, when the nonlinear function corresponds to the Gilmore-Perelomov coherent function, the squeezing takes the maximum value.

Keywords. The orthogonal amplitude biexciton squeezing; The even-odd nonlinear coherent state.

Ngày gửi bài: 27/07/2021

Ngày chấp nhận đăng: 21/12/2021